Gilson Maicá de Oliveira

Racionalidade Científica, Paraconsistência e Quase-verdade

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Filosofia, Curso de Pós-graduação em Filosofia, Centro de Filosofia e Ciências Humanas da Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador: Prof. Dr. Décio Krause

Florianópolis

Agosto/2008

Termo de Aprovação

Gilson Maicá de Oliveira

Racionalidade Científica, Paraconsistência e Quase-verdade

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Filosofia e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Filosofia da Universidade Federal de Santa Catarina.

Prof. Dr. Delamar Volpato Dutra, Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Filosofia da UFSC.

Prof. Dr. Décio Krause,
Orientador - UFSC.

Prof. Dr. Newton Carneiro Affonso da Costa,
Membro – UFSC.

Prof. Dr. Adonai S. Sant'Anna,
Membro – UFPR.

Florianópolis, 25 de agosto de 2008.

Para Neida Mara, Matheus e Natália. Em testemunho de amor, dedicação e ternura.

Agradecimentos

São inúmeras as pessoas a quem gostaria de agradecer, e ao mesmo tempo compartilhar a satisfação pela realização deste trabalho, pelo apoio e colaboração na concretização. Em particular gostaria de destacar meu orientador, Prof. Dr. Décio Krause, pelos comentários, críticas, correções, sugestões e principalmente pelo incentivo. A respeito deste professor posso dizer que nestes últimos três anos, tive a oportunidade de estar em contato não apenas com um profissional de primeira linha, mas, sobretudo, com um *gentleman*. As sugestões do Prof. Dr. Alberto O. Cupani, durante a qualificação, também foram de suma importância para o aperfeiçoamento desta dissertação, particularmente no que tange às idéias de Kuhn, embora, não queira comprometê-lo com o aqui exposto. Também não posso deixar de mencionar o Prof. Dr. Adonai Sant'Anna, que no curso de Álgebra Linear do Departamento de Matemática da UFPR, me apontou o caminho na direção dos Fundamentos da Matemática. Suas observações foram de grande valia para que o trabalho ficasse melhor burilado. Ao Prof. Dr. Newton da Costa, que pela forma crítica e refinada de encarar a ciência e a filosofia, muito tem me influenciado. Ter tido a oportunidade de entrar em contato com um cientista e filósofo da estatura intelectual do Prof. Newton constitui para mim, um privilégio ímpar.

Sou igualmente grato pelo encorajamento ao professor Gelson Liston, que durante curso de especialização em História e Filosofia da Ciência da UEL-PR, acreditou em minhas potencialidades, mais do que eu mesmo, e me indicou o caminho da pós-graduação em filosofia na UFSC.

Gostaria também de lembrar de meus colegas do Curso de Pós-graduação da UFSC pela amizade e companheirismo. Estes, desde que cheguei à UFSC, sempre me proporcionaram um ambiente de estudo e trabalho fecundo, e ao mesmo tempo descontraído. Também não posso deixar de citar minha irmã Gisele Maicá, pela paciente leitura e comentários sobre os originais, sua contribuição foi inestimável para que o texto ficasse melhor burilado.

Não poderia deixar de fazer referência a meus colegas de trabalho do Colégio Estadual São Pedro Apóstolo e da Faculdade Arquidiocesana de Filosofia de Curitiba, pelo incentivo e troca de idéias. De modo especial gostaria de agradecer à Rejane e Giovana, que procuraram organizar meus horários no colégio, para que pudesse cumprir meus créditos no curso. Meus alunos da FAF/Uniandrade também foram uma fonte de incentivo e inspiração, agradeço a eles pelos comentários. O ambiente da FAF tem sido para mim nos últimos anos um refúgio apropriado para a reflexão e amizade.

Quero também tecer algumas palavras à minha esposa Neida Mara, que nestes anos tem sido companheira, amiga e amante. Sem seu apoio, incentivo e principalmente carinho e atenção, muito dificilmente teria realizado este trabalho. Agradeço a ela pela paciência e por sempre estar ao meu lado nos momento difíceis.

Finalmente, expresso meu mais profundo agradecimento aos meus Pais, Olímpio e Francelina, pela vida, pela educação que me proporcionaram e, sobretudo, por serem referência e exemplo para mim, meu irmão Maurício, e minhas irmãs Gisele e Márcia. Creio firmemente hoje, que os valores e atitudes que carregamos ao longo de nossas vidas são em grande medida o que herdamos de nossos pais. Agradeço pelo cuidado e carinho que nesses anos têm dedicado às crianças e, particularmente, ao Matheus.

"The supreme triumph of reason is to cast doubt on its own validity."
(Miguel de Unamuno *apud* Kline, [78] p. 319).

"Si un hombre nunca se contradice, será porque nunca dice nada."
(Miguel de Unamuno *apud* Schrödinger, [138] p. 87)

Sumário

Lista de símbolos e abreviações

T	Teoria
Δ	Domínio de investigação
$\neg$	Negação
$\neg^{*}$	Negação Forte
$\circ$	Operador Bola
$\wedge$	Conjunção
$\vee$	Disjunção
$\rightarrow$	Implicação material
$\leftrightarrow$	Bicondicional
$=_{def}$	Igual por definição
$\underline{\vee}$	Disjunção metalingüística
&	Conjunção metalingüística
$\Rightarrow$	Implicação metalingüística
$\Leftrightarrow$	Equivalência metalingüística
$\leq$	Menor ou igual a
$\geq$	Maior ou igual a
$<$	Menor que
$>$	Maior que
$=$	Igual
Ω	Ordinais
$\in$	Pertence
$\notin$	Não pertence
$\subset$	Contido propriamente
$\supset$	Contém propriamente
$\subseteq$	Contido
$\supseteq$	Contém
$\not\subset$	Não está contido
$\emptyset$	Conjunto vazio
$\Re$	Conjunto de Russell
$\overline{x}$	Complementar de x
$\wp(A)$	O conjunto potência de A
V	Conjunto Universo
$\vdash$	Conseqüência sintática
$\models$	Conseqüência semântica
$\#$	Número de elementos
ω	Conjunto dos números naturais
$\forall$	Quantificador universal ('qualquer que seja')
$\exists$	Quantificador existencial ('pelo menos um')
$\boldsymbol{L}$	Linguagem
$\boldsymbol{L}_{\varsigma}$	Sintaxe
$\boldsymbol{L}_{\sigma}$	Semântica
$\boldsymbol{L}_{\rho}$	Pragmática
$\boldsymbol{L}_{O}$	Linguagem Objeto

$\boldsymbol{L}_M$	Metalinguagem
$\boldsymbol{L}_{PO}$	Linguagem de Primeira Ordem
$\boldsymbol{L}_t$	Linguagem de tipos
$\mathfrak{L}$	Lógica
$\mathfrak{L}\omega$	Lógica de ordem superior
$\mathfrak{L}^{=}_{CP}$	Cálculo de Predicados de Primeira Ordem com Igualdade
$\boldsymbol{S}_5$	Sistema Modal *S5* de Lewis
$\cup$	União de conjuntos
$\cap$	Interseção de conjuntos
$\mathbb{S}$	Sistema Formal
$\preceq$	Menos ou igual provável a
$\mathfrak{F}(x)$	Condição
$\sum$	Somatório
$f : A \mapsto B$	Função de *A* em *B*
$\aleph_0$	Cardinal dos Conjuntos Enumeráveis (*Aleph-zero*)
$2^{\aleph_0}$	Cardinal do contínuo
$\iota x \mathfrak{F}(x)$	Descritor de Russell
$\mathfrak{C}$	Cálculo proposicional paraconsistente
$\mathfrak{C}^*$	Cálculo de predicados paraconsistente
$\mathcal{A}$	Estrutura Pragmática Simples
$\boldsymbol{P}$	Função Probabilidade
$\mathbb{P}$	Probabilidade topológica
$\equiv$	Relação de eqüiprobabilidade
λ	Comprimento de onda
$\hbar$	Constante de Planck
$a,b,c,\ldots$	Constantes individuais
$x,y,z,\ldots$	Variáveis individuais
$\alpha, \beta, \gamma, \ldots$	Variáveis proposicionais
$P,Q,R\ldots$	Constantes de Predicado
$\langle\ \rangle$	Seqüência finita (par ordenado, terno,..., n-upla)
MP	*Modus Ponens*
RAA	*Reductio ad absurdum*
GEN	*Generalização*
NF	*New Foundations*
ZF	*Zermelo Frankel*
CHU	*Teoria de Conjuntos de Church*
et al.	*Et alii:* e outros
e.g.	*Exempli gratia:* por exemplo
v.g.	*Verbi gratia:* por exemplo
Apud	*Junto de*
Sic	*Assim, tal como*
Cf.	*Confira*

Resumo

Dentre os diversos problemas relativos aos fundamentos filosóficos da ciência, um é particularmente relevante: o da racionalidade científica. Este problema envolve diversos aspectos que o tornam um tema de difícil abordagem. Dentre todos esses aspectos, duas questões merecem especial atenção e serão aqui ventiladas: a primeira diz respeito a como entender em termos racionais episódios em que cientistas admitem e trabalham com teorias sabidamente inconsistentes, principalmente tendo em vista que abordagens tradicionais da racionalidade científica aparentemente pressupõem que a consistência é uma condição necessária à racionalidade. Embora este requisito pareça ser adequado nos contextos em que se supõe que a lógica subjacente seja a lógica clássica, ela falha em prover uma adequada imagem da prática e dos produtos da ciência, dada a existência e o uso de teorias inconsistentes. Assim, a menos que estejamos dispostos a admitir a idéia de que a ciência constitui um empreendimento irremediavelmente irracional, precisamos arquitetar um modelo em que a racionalidade (entendida de alguma forma) que possa incorporar teorias inconsistentes. Dada a importância para a ciência em geral, e mais especificamente para a matemática, analisaremos aqui, em por menor, o caso particular da teoria intuitiva de conjuntos tal como formulada por Cantor. Vamos apontar para algumas soluções aos paradoxos nela surgidos, em especial do paradoxo de Russell, que procuram, de um lado, contornar inconsistências via axiomatização sem alterar a lógica subjacente e, por outro lado, a proposta de Newton da Costa que, de forma menos ortodoxa, alterou a lógica subjacente à teoria, com a criação de teorias paraconsistentes de conjuntos, as quais permitem alcançar resultados não admitidos usualmente pelas concepções ortodoxas, como é o caso do chamado *conjunto de Russell*.

A segunda questão diz respeito a aparente falta de cumulatividade no desenvolvimento da ciência, isto é, como entender em termos racionais a presença de mudanças teóricas radicais como é o caso, por exemplo, da passagem da mecânica clássica de Newton à mecânica relativística de Einstein. Procedemos aqui da seguinte forma: iniciamos com uma análise das concepções tradicionais relativas ao progresso da ciência, para em seguida tratarmos das concepções revolucionárias propostas por T. Kuhn, ressaltando, em especial, aqueles pontos mais polêmicos relativos às posturas tradicionais.

Cumpre deixar claro desde já que não pretendemos fazer exegese das idéias de Kuhn, mas tão somente discutir a idéia de racionalidade científica frente a revoluções científicas. Por fim, discutimos como a noção de quase-verdade devida a Newton da Costa e colaboradores que, incorporada à abordagem semântica das teorias científicas, pode proporcionar um modelo de mudança de teorias que associe de modo razoável as idéias de cumulatividade e racionalidade no desenvolvimento da ciência.

Abstract

Amongst the various relative problems involved in the philosophical foundations of science, one is particularly relevant: the scientific rationality. This problem involves many aspects that become a subject of difficult approach. Among all these aspects, two questions deserve special attention and will be here considered: the first one respects to the understanding, in rational terms, episodes where scientists admit inconsistent theories. Traditional approaches to the scientific rationality presuppose that consistency is a necessary condition for rationality. Although this requirement seems to be adjusted to certain contexts where it is assumed that the underlying logic is a classical logic, it fails in providing an adequate image of scientific practice and to the products of science, given the existence (and use) of inconsistent theories. Thus unless let us be made we admit the idea that the scientific activity is an irremediably irrational enterprise, we need to elaborate a model where rationality can incorporate inconsistent theories. Given the importance to the general science and more specifically to mathematics, we will analyze here, in details, the particular case of the naïve set theory as formulated by Cantor, pointing to the standard solutions to the paradoxes, with special emphasis to the Russell's paradox. We shall refer to these solutions as those that do not change the underlying logic. On the other hand, we consider also the proposal of Newton C. A. da Costa, who in a less orthodox form, modified the underlying logic of the theory to a paraconsistent logic, so defining a paraconsistent theory of sets that allows us to reach to results not usually admitted in the orthodox conceptions, as the so called *Russell's set*.

The second question with respect to the apparent lack of cumulativity in the development of science, that is, the question of the understanding by meany of rational terms the presence of radical theoretical changes, as exemplified, for example, by the transition from Newton's classical mechanics to Einstein's relativistic mechanics. We proceed here as it follows: we start with an analysis of the traditional conception of scientific progress, for after that dealing with revolutionary conceptions as proposed by Thomas Kuhn, standing out, is special, those more controversial points relative to the traditional positions.

It is important to say that we don’t intend to make exegesis of Kuhn’s ideas, but to discuss the idea of scientific rationality from the point of view of scientific revolutions, standing out, in special, those relative more controversial points to the traditional positions. Finally, we discuss that the notion of quasi-truth, due to Newton da Costa and collaborators, is able to characterize a way of providing a model for the change of theories which associates in a reasonable way the ideas of cumulativity and rationality in the development of science.

Introdução

> "On ne veut point ici surmonter des difficultés de calcul ou de représentation des phénomènes au prix du viol des règles ordinaires de la mathématique ou de la perception, mais modifier le sens opératoire de la rationalité scientifique en vue de *codifier*, dans une nouvelle logique, certains modes de pensée qui paraisent s'écarter de l'ancienne. Nous nous proposons d'examiner le sens de cette héterodoxie qui va, d'une certaine manière nous le verrons, bien au-delà de celle de la plupart des logiques dites "déviantes", et de réfléchir à cette occacion sur l'idée même du rationnel."
> (*Cf.* Granger, G.G. [63] p.139)

Termos como 'razão', 'racionalidade' e seus correlatos são quase que indiscutivelmente associados à atividade científica e seus produtos. Deste modo, a ciência, vista tanto como atividade quanto como produto, foi desde seus primórdios, entendida como sendo eminentemente racional, em contraste, certamente controverso, com outros produtos da cultura, como a arte, a religião ou a política. Porém, olhando mais de perto a questão, cai-se na conta que esta associação não é tão simples e imediata. Na verdade, termos como 'razão', 'racionalidade' e 'ciência', como inúmeros outros, se referem a conceitos de tal maneira amplos e flutuantes, com usos e significados variados, que dificilmente podem ser caracterizados de modo preciso, ou associados à ciência sem prévia reflexão sobre sua conveniência e adequação.

Assim, os vínculos entre ciência e racionalidade constituem tema de difícil aporte e não tão simples associação, que tem sido objeto de investigações filosóficas, por vezes exaustivas, desde o início da ciência e da filosofia modernas.[1] Certamente a racionalidade da ciência ainda constitui tema atualíssimo nas perquirições epistemológicas, que englobam presentemente ainda dificuldades adicionais em sua investigação, além daquelas relativas à simples imprecisão dos termos. Atualmente, qualquer teoria da racionalidade trás, no seu bojo, um amplo espectro de questões que compreendem desde aspectos concernentes à lógica, a lingüística e as neurociências, até a inteligência artificial, a

[1] Não se pode deixar de citar aqui obra de Kant, que parece representar, sob muitos aspectos, uma tentativa de caracterizar exaustivamente os limites da razão, em particular da racionalidade científica. É nesse sentido que Kant, na *Crítica da Razão Pura* (*Cf.* Kant, I. [74] p. 31) se propõe a responder sobre a possibilidade da ciência. Num primeiro momento da Matemática e, em seguida, da física newtoniana.

antropologia e a teoria da ciência. Assim sendo, qualquer investigação séria a respeito da racionalidade da ciência, no presente estado de coisas, deverá procurar responder ou a questões bastante pontuais, ou terá caráter excessivamente amplo e esquemático, haja vista as dificuldades de um único especialista tratar de todos os pormenores que envolvem o tema em apreço.

Nosso propósito, neste trabalho, tem caráter pontual e consiste em investigar como certos desenvolvimentos da ciência e, mais especificamente, da lógica contemporânea, podem ter contribuído para uma percepção melhor burilada da racionalidade científica. Interessa-nos sobretudo, investigar se a possibilidade de mudança de lógica subjacente a certas teorias científicas associada à noção de quase-verdade, tal como formulada por Newton da Costa e colaboradores, podem contribuir em certa medida para dissipar as duas seguintes questões: (a) A primeira diz respeito a como entender em termos racionais casos em que cientistas, e mesmo matemáticos, admitem teorias inconsistentes, entre as quais podemos citar, a título de exemplo, o modelo atômico de Bohr, tal como inicialmente formulado, a teoria intuitiva de conjuntos de Cantor, a aritmética de Frege, a relatividade geral e mecânica quântica, tomadas simultaneamente. Abordagens tradicionais da racionalidade científica pressupõem que a consistência é uma condição mínima necessária à racionalidade. (*Cf.* Bobenrieth, A.M. [12] p.365) Embora este requisito seja aparentemente apropriado aos contextos em que se supõe que a lógica subjacente seja clássica, ele falha em prover uma adequada abordagem da prática e dos produtos da ciência, dada a existência de teorias científicas inconsistentes como acima indicado e do seu uso (com sucesso) pelos cientistas. Destarte, a menos que estejamos dispostos a admitir a idéia de que a ciência constitui um empreendimento irremediavelmente "irracional", precisamos arquitetar um modelo em que teorias inconsistentes possam ser reconciliadas com a "racionalidade". (b) A segunda questão diz respeito a como poderíamos entender em termos racionais a mudança de teorias científicas. Tradicionalmente, a noção de progresso científico pode ser expressa, grosso modo, da seguinte forma: as ciências se desenvolvem por meio de uma acumulação de verdades, devido a um especial método de investigação, isto é, o progresso do conhecimento científico equivale a um acúmulo de saber que se dá pela aquisição de novas verdades, que são adicionadas ao corpo de resultados já aceitos pela comunidade científica. Assim, uma nova teoria T_2 significa um progresso em relação a uma teoria anterior T_1 se aumenta nosso saber sobre um domínio Δ em amplitude e profundidade. O aumento em amplitude corresponde às descobertas empíricas: instrumentos de mensuração tornam-se cada vez mais complexos e precisos e, em conseqüência, novos fatos (verdades) a respeito de Δ são desvendados. O aumento em profundidade corresponde às conexões teóricas: regularidades empíricas são substituídas por enunciados matematicamente formuláveis – imersos em teorias cada vez mais abrangentes, que conduzem gradativamente à superação e eliminação de elementos não-científicos, que se fazem presentes nos estágios iniciais da colocação de hipóteses científicas. [2] (*Cf.* Stegmüller, W. [142] p. 354) Popper, por exemplo, também compartilha de um modelo de racionalidade que acarreta a noção de progresso científico, porém, para ele a ciência progride por conjecturas, provas e refutações. Esta imagem do desenvolvimento da ciência alterou-se profundamente a partir dos anos 60 do século XX, devido em grande parte ao impacto da *Structure of Scientific Revolutions* [83] de Thomas Kuhn e das teses provocadoras de Paul Feyerabend em *Against Method* [56], para quem "as teorias que se sucedem são '*incomensuráveis*' entre si, isto é, intraduzíveis uma na outra. Chega a acontecer, segundo ele, que elas se contradigam: assim, a massa, na mecânica clássica, é constante, ao passo que na mecânica relativista ela varia juntamente com a velocidade dos corpos maciços em movimento".[3] (*Cf.* Granger, G.G. [64] p.102) Estes autores, aparentemente, desvinculam por completo a ciência de noções como progresso científico, verdade e realidade tal como tradicionalmente eram entendidas. Para Kuhn, em particular, com exceção talvez dos períodos de ciência normal, a ciência progride por revoluções. Isso implica que as mudanças teóricas não são nem cumulativas, nem progressivas na acepção tradicional desse termo, mas fruto de uma "conversão" da comunidade científica, promovida em muitos casos por fatores não-epistêmicos, como foi o caso exemplar da teoria dos raios N, de Blondlot.[4] Assim, deste quadro, a imagem que se tem da ciência é de uma atividade que não progride de forma "racional", pelo menos se temos em mente uma concepção clássica de racionalidade.[5]

[2] Com alguma variação, esta parece ser a imagem do progresso científico que dominou os teóricos da ciência, chamados positivistas lógicos, do início do século XX, para quem o método científico esgotava a própria racionalidade científica, uma vez que restringia a racionalidade ao uso do método. (*Cf.* Putnam, H. [120] p. 103s e Suppe, F. [147] Cap. 1).

[3] É importante notar aqui que Granger não qualifica de forma apropriada massa no regime relativistico e não-relativistico.

[4] Em 1903, o físico francês Blondlot alegou ter descoberto a existência de um tipo de radiação que era emitida por qualquer tipo de material e supostamente detectados por sulfito de cálcio que batizou de raios N., o que foi "confirmado" por inúmeros outros cientistas. O problema é que os raios N não existem. Para detalhes indicamos Gardner, M. [62] p. 345.

[5] Vamos discutir em pormenor este tópico no capítulo 5 deste trabalho. Porém, observamos que Kuhn propõe uma nova concepção de racionalidade e não que a ciência seja uma atividade em última instância irracional, como acusaram alguns de seus opositores como Popper e Lakatos (*Cf.* Cupani, A. O.[25] e

A partir da década de 70, diversos filósofos têm trabalhado em tópicos relacionados à mudança de teorias, desenvolvimento e progresso em ciência, entre os quais podem ser citados como exemplos Stegmüller [144], Rescher [126], Niniluoto [104] e Laudan [87]. Ao tratarmos desta segunda questão, pretendemos discutir como a noção de quase-verdade formulada por da Costa *et al.,* incorporada à abordagem semântica das teorias científicas, pode proporcionar um modelo de mudança de teorias que associe de modo razoável as idéias de cumulatividade e racionalidade no desenvolvimento da ciência.

Indicaremos de forma sinóptica, no que segue, como serão tratadas as questões acima propostas ao longo deste trabalho.

Damos início ao primeiro capítulo apontando de forma esquemática, e sem muito detalhamento, alguns aspectos mais gerais do que denominamos concepção tradicional da racionalidade científica, tal como representada modelarmente na geometria euclidiana, mecânica newtoniana e lógica clássica, sem pretendermos exaurir o tema em sua ampla abrangência e significação. O que se quer é tão somente indicar de modo informal algumas de suas peculiaridades e como estas podem se modificar com o avanço da própria ciência, em particular da lógica. Trata-se aqui, igualmente, de delimitar o que se pode entender pelos termos 'razão' e 'racionalidade' de um ponto de vista da epistemologia da ciência, acompanhando de perto o exposto por da Costa no *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica* [28] e por Granger em *La raison* [65]. Em seguida, dissecamos com detalhe as questões acima referidas, delimitando o escopo de nossa investigação, e que nos propomos responder nos capítulos três e quatro. Procura-se, sobretudo, indicar as conexões existentes entre as questões por nós indicadas e outras a elas conectadas. Ainda neste capítulo inicial, vamos delinear como abordaremos essas questões. Nossa intenção é discutir e caracterizar dois modos pelos quais usualmente se trata filosoficamente um determinado assunto: a filosofia científica e a filosofia especulativa, tal como sugerido por da Costa (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p. 5ss). Sem pretender uma distinção rigorosa entre as duas formas ou estabelecer qualquer juízo de valor, adotamos a primeira em nosso trabalho. Concluímos o capítulo inicial com uma breve reflexão em torno da importância filosófica do tema por nós aqui aventado.

Stegmüller, W. [142] cap.5).

Discorremos, no segundo capítulo, sobre o que foi esboçado no primeiro a propósito de como certas alterações teóricas na ciência, em particular na matemática e na física, provocaram uma mudança radical em nossa concepção de racionalidade científica a partir da primeira metade do século XX. Vamos analisar em detalhe, relativamente à matemática, o surgimento das geometrias não-euclidianas e a conseqüente relativização da noção de espaço, considerando a importância desta noção no quadro das concepções tradicionais de racionalidade. No que diz respeito aos desenvolvimentos da física moderna do início do século XX, analisamos em pormenor as implicações sobre a noção de racionalidade científica, algumas perplexidades filosóficas provocadas pela mecânica quântica, especialmente os fenômenos da dualidade partícula-onda e individualidade das entidades quânticas.

Na seqüência, capítulo 3, as dimensões fundamentais da racionalidade científica e os princípios pragmáticos da razão são analisados e discutidos, tais como indicados por Newton da Costa em duas de suas obras, o *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica* e *O Conhecimento Científico*. Para este autor, a racionalidade científica (pelo menos no contexto da exposição) é fundada numa lógica dedutiva, dependendo igualmente na formulação, teste e corroboração de hipóteses, leis e teorias de alguma forma de lógica indutiva. Além disso, a atividade crítica constitui pilar fundamental da razão científica, que consiste sob certos aspectos em atividade informal de elucidação de conceitos através da análise de teorias e/ou relativização de concepções teóricas, na crítica de idéias e pressupostos filosóficos, "semelhantes às de Einstein sobre o espaço e o tempo e de Mach sobre os fundamentos da mecânica" (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p.204.). Finalmente, da Costa concebe a atividade científica como busca da verdade, numa acepção que procuraremos deixar claro durante nossa exposição, o que acarreta para nós o que denominaremos adiante de dimensão alética da racionalidade científica. Naquilo que diz respeito aos princípios pragmáticos da razão científica, esses descrevem os fundamentos da razão e podem ser enunciados da seguinte forma:

i. *Princípio da sistematização:* a razão sempre se expressa por meio de uma lógica.

ii. *Princípio da unicidade:* em dado contexto, a lógica subjacente é única.

iii. *Princípio da adequação:* a lógica subjacente, a dado contexto, deve ser a que melhor se adapte a ele.

Partindo das perquirições elaboradas por da Costa, na seqüência analisamos duas concepções de racionalidade científica que ele chama concepção dogmática e concepção dialética da razão científica. A primeira, relativa ao que no primeiro capítulo chamamos de concepção tradicional da racionalidade e a segunda, que acreditamos ser uma racionalidade ampliada pelos desenvolvimentos da ciência e da lógica.

O capítulo quatro é dedicado, num primeiro momento, a estabelecer com maior precisão noções que importam ao desenvolvimento do trabalho, tais como consistência, inconsistência e, ao mesmo tempo, apontar para o que seriam algumas teorias científicas inconsistentes. Daremos especial atenção, como estudo de caso, à teoria de conjuntos, perfazendo um resumo de alguns pontos de seu desenvolvimento histórico desde as formulações de G. Cantor até suas primeiras manifestações axiomáticas. Neste ponto, vamos dar ênfase à crise provocada na matemática pelos paradoxos da teoria intuitiva e suas respectivas tentativas de superação no contexto de uma racionalidade ortodoxa, isto é, sem alteração da lógica subjacente; tanto com a teoria de tipos, formulada nos *Principia Mathematica* [135] por Whitehead-Russell como com a axiomatização promovida inicialmente por Zermelo (*Cf.* Zermelo, E. [155]). Na seqüência, procuramos apresentar uma teoria paraconsistente de conjuntos como "solução" não ortodoxa aos paradoxos, relativamente à racionalidade científica, ou seja, pela alteração da lógica subjacente à teoria. Nossa discussão gira aqui em torno de duas soluções aos paradoxos: uma que vai procurar evitá-los a todo custo, enquadrando-se numa concepção tradicional da racionalidade científica, como exposta no final do terceiro capítulo e, outra, acolhendo-os não como anomalias, mas como possibilidade teórica. Aqui se estabelece a possibilidade de uma nova concepção de racionalidade para a ciência que amplia, segundo nosso modo de ver, as possibilidades teóricas, não apenas do ponto de vista estritamente filosófico, mas também científico, ainda por ser devidamente explorado.

Dando seqüência, ainda no capítulo quatro, abordamos as noções de estrutura parcial e quase-verdade, creditadas a da Costa e colaboradores[6], que importam a um

[6] Dentre os quais podem ser citados Bueno, Mikenberg, Chuaqui e French.

modelo de racionalidade científica que pretenda acomodar teorias inconsistentes e não triviais. Como ficará patente adiante, para uma compreensão do conceito de racionalidade, é necessário se especificar o que se entende por "verdade", especialmente pelo fato de existirem diversas concepções de verdade[7], das quais três de particular importância para a atividade científica de acordo com da Costa (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p.113): a teoria da verdade como correspondência, a verdade pragmática e a da coerência. Falando sem o devido rigor, o conceito de quase-verdade formaliza da noção de verdade pragmática sugerida por autores pragmatistas (como Peirce) (*Cf.* da Costa, N.C.A.[29] p.127), do mesmo modo que Tarski tratou do conceito de verdade como correspondência. (*Cf.* Tarski, [149]) A noção de quase-verdade está centrada no conceito de 'estrutura parcial' que representa, matematicamente, o fato amplamente reconhecido da incapacidade até hoje de teorias científicas poderem ser "completas" no sentido de representarem todas as possíveis relações entre os objetos de um domínio de investigação. Vale lembrar que o conceito de quase-verdade tem conseqüências sobre interpretações do cálculo de probabilidades (*Cf.* da Costa, N.C.A. [30]), bem como para questões concernentes à lógica indutiva (*Cf.* da Costa, N.C.A. & French, S. [42]) e a aceitação de teorias científicas. Interessa notar ademais que a lógica da teoria da quase-verdade é paraconsistente. (*Cf.* da Costa, N.C.A. [39]) Finalizamos este capítulo com algumas considerações a respeito da racionalidade científica e suas possíveis conexões com paraconsistência e a quase-verdade, apresentando nossas teses centrais sobre a racionalidade científica, e ao mesmo tempo, fazendo algumas conexões com o último capítulo.

Finalmente, o quinto e último capítulo é devotado à segunda questão por nós proposta para este trabalho. Começamos por apresentar a noção de progresso científico em termos de progresso cumulativo, primeiro, tal como pode ser vislumbrado nos trabalhos de alguns dos primeiros filósofos da ciência. Em seguida, tratamos com certo detalhamento das idéias de Popper a respeito da racionalidade e do progresso científico, para daí partirmos às teses revolucionárias de Kuhn, como expostas na *Structure of Scientific Revolutions*. [8] Cumpre deixar explícito, desde já, que a descrição das idéias de Popper e Kuhn, de per si, serão, em certo sentido, parciais e inadequadas – antes um esquema sumário do que propriamente uma investigação pormenorizada, já que não temos por

---

[7] Para um tratamento detalhado das diversas concepções de verdade sugerimos Haack, S. [67] capítulo 7, Costa, N.C.A. [29] capítulo 3, Kirkham, R.L. [76] e Dutra, L.H.A. [51].

[8] Nossa principal referência nesse ponto será T.S. Kuhn [83].

objetivo fundamental fazer exegese das idéias dos autores aqui comentados. Preocupa-nos, outrossim, neste capítulo, relacionar a noção de quase-verdade incorporada à concepção semântica de teorias, a de progresso científico, num modelo de racionalidade que capture a idéia de desenvolvimento científico (ou melhor, de mudança teórica em ciência) que seja contínuo e cumulativo. Neste ponto, vamos nos referir a um dos aspectos fundamentais da concepção de ciência de da Costa, a saber, que a dinâmica de teorias científicas não consiste em rupturas radicais como pensava Kuhn, ou na refutação de teorias como pretendia Popper, mas no confinamento de teorias a particulares domínios de aplicação. Com efeito, trataremos de exemplificar a tese de da Costa a partir da passagem da mecânica clássica à relativística.

Como se poderá perceber ao longo de nossa exposição, este trabalho não tem a pretensão de originalidade, sendo tributário em muitos aspectos das idéias de da Costa e Granger a respeito da racionalidade científica, mais particularmente do primeiro. Embora não se pretenda uma reconstrução pormenorizada das idéias destes autores, haja vista a extensão de suas respectivas obras, o que mereceria uma investigação a parte com devido aprofundamento, pretendemos expor e discutir a noção de racionalidade científica em suas conexões com os problemas da consistência e dinâmica de teorias em ciência. Em verdade o tema não se esgota aqui, e segundo nosso ponto de vista, merece investigações futuras melhor aprofundadas em pontos que serão por nós apenas tangenciados por alto ao longo do texto. De qualquer modo, este estudo certamente poderá contribuir para que possíveis leitores tenham uma visão de conjunto de alguns aspectos da filosofia da ciência do criador das chamadas lógicas paraconsistentes.

Capítulo 1

Considerações filosóficas prévias

1.1. Algumas questões sobre racionalidade

> "C'est dans l'oeuvre de la connaissance scientifique, en tant qu'instrument de transformation, d'élaboration de l'expérience que la raison rencontre sa signfication véritable. C'est la qu'il nous faut maintenant essayer de la saisir."
> (*Cf.* Granger, G.G. [65], p. 58)

Dentre os diversos problemas relativos aos fundamentos filosóficos da ciência, um é particularmente relevante pelo seu caráter ubíquo: o da racionalidade científica. Não obstante usualmente a ciência ter sido reconhecida pela cultura ocidental como modelo de racionalidade, sobretudo por seu caráter de rigor, clareza e adequação ótima dos meios em relação aos fins perseguidos, (*Cf.* Cupani, A. O. [25] p.65) a questão da racionalidade desta envolve diversos aspectos que a tornam um tema complexo e de difícil abordagem, não só por suas intricadas conexões com outros temas da epistemologia, mas também pela sua constituição como problema filosófico.

Deste modo, apesar de o problema da racionalidade, como muitos outros, tenha sido quase sempre uma constante no pensamento filosófico, de Aristóteles a Kant e desse aos teóricos mais recentes,[9] a idéia de razão nunca foi fixada de uma vez por todas, e provavelmente não o possa ser. Depois que os gregos – que ao que tudo indica, foram os primeiros no ciclo da civilização ocidental a terem alguma noção, ainda que rudimentar, daquilo que hoje consideramos como ciência – elaboraram uma geometria, uma mecânica e uma lógica, o ideal de conhecimento assim instituído não deixou de estar associado, de alguma forma, a uma concepção de racionalidade. Sem muito rigor, e numa primeira

[9] As décadas de 70 e 80 foram marcadas por uma profícua exploração de aspectos da racionalidade científica: destacam-se autores como T.S. Kuhn [83], W. Stegmüller [144], além de investigações relativas às relações entre verdade e racionalidade científica (*Cf.* Laudan, L. [87]), ou racionalidade e método (*Cf.* Feyerabend, P.K. [56]) ou ciência e realidade (*Cf.* Van Fraassen, B. [151]) ou ainda a conveniência de interpretar racionalmente a história da ciência (*Cf.* Newton-Smith [102]).

aproximação, podemos dizer que a imagem de que determinadas categorias e princípios devam nortear permanentemente o uso da razão, com a finalidade de adquirir conhecimento, independente do objeto ao qual se aplique, fez parte daquele paradigma, do qual a geometria euclidiana e a mecânica newtoniana foram a expressão máxima aceita, até bem pouco tempo atrás, pela comunidade científica e filosófica.[10]

Ainda que por alto, algumas características basilares desta concepção tradicional da racionalidade científica (entendida como um ideal) podem ser assinaladas, entre as quais merecem destaque as seguintes:

i. "1. O lógico e o racional, em certo sentido, coincidem. Os princípios formais basilares da razão (ou do contexto racional) constituem, na realidade, as leis da lógica (matemática) tradicional. Não se pode derrogar (*sic*) os princípios fundamentais da lógica sem destruir o discurso, ou, pelo menos, sem o complicar desnecessariamente; 2. as leis da lógica (e da matemática) praticamente independem da experiência. Esta pode auxiliar na descoberta ou estruturação das leis lógicas, mas não contribui para legitimar; 3. (...) existe essencialmente uma única lógica, que pode variar em suas sistematizações possíveis apenas em questões de detalhe".(*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p. 17)

ii. Dada a íntima conexão entre racionalidade e lógica clássica, como acima foi observado, o ideal de conhecimento pretendido pelas ciências deve ser lógico-dedutivo. É neste sentido que a geometria, tal como formulada por Euclides, que representou sob muitos aspectos a primeira grande conquista para a sistematização da matemática, acabou se consagrando como o modelo paradigmático do conhecimento científico bem estabelecido. Outros exemplos, talvez menos evidentes desse modelo, são as leis da termodinâmica e as leis de Newton para a mecânica, a partir das quais se pode deduzir, em particular, as leis de Kepler das órbitas planetárias. (*Cf.* Sant'Anna, A. [137], p.2).

iii. Uma exigência fundamental da racionalidade científica é a de consistência, isto é,

[10] Provavelmente, até o início do século XX, quando as ciências formais (matemática e lógica) e a física passaram a sofrer profundas transformações, com o surgimento da teoria da relatividade e da mecânica quântica, das geometrias não-euclidianas e das lógicas não-clássicas, desencadearam uma ruptura na percepção da realidade e, conseqüentemente, na percepção da ciência e da própria racionalidade que abordaremos adiante em detalhe (*Cf.* Cap. 02).

dada que a lógica clássica deve ser, explícita ou implicitamente, a lógica subjacente às teorias científicas (ao menos no contexto da exposição), parte-se do pressuposto que uma contradição inviabiliza qualquer discurso racional. Assim, desde Aristóteles se tem pensado que um requisito mínimo à racionalidade, e talvez o mais importante, seja o cumprimento do princípio de não contradição; isso tem na verdade sido reiterado pela grande maioria dos filósofos e, mais particularmente, por Kant e Leibniz, assim como por muitos matemáticos tais como Hilbert.[11]

iv. A verdade efetivamente pretendida pela ciência é a verdade como correspondência, isto é, uma sentença é verdadeira se corresponde a um estado de coisas ou retrata a realidade ("reflete o real"). Assim, uma sentença, para ser admitida como genuinamente científica, deveria ser reconhecida como inquestionavelmente certa e absolutamente necessária.

v. A ciência possui um método especial que aplica de modo desinteressado na aquisição de conhecimento, o que produz acumulação de conhecimento acerca do mundo; deste modo, o que determina a evolução da ciência são disputas racionais entre os cientistas de tal sorte que elementos não-racionais, tais como fatores psicológicos ou sociológicos, não desempenham papel significativo na elaboração do conhecimento.

vi. Por seu caráter eminentemente racional, a ciência possui natureza progressiva, no sentido de que novas verdades podem ser incorporadas ao corpo de verdades já bem estabelecidas de forma cumulativa.

vii. O conceito de racionalidade não admite as noções de grau ou vaguidade: um sistema de crenças não pode ser mais ou mais menos racional; ou é racional ou irracional, valendo o "*tertium non datur*".

Poderíamos dizer, sem pretensão de coincidência absoluta, que a obra de Kant é um exemplo típico de tentativa para delimitar com precisão o domínio do racional, como acima caracterizado em linhas gerais. Assim, é que, na Introdução da *Crítica da Razão Pura* Kant formulou o que chamou de "o problema geral da razão pura", questão que se desdobra em duas outras relativas à ciência em particular: "como é possível à matemática pura?" e "como é possível à ciência pura da natureza?". (*Cf.* Kant, I. [74], p.24) A primeira questão diz respeito à possibilidade da geometria e, a segunda, à possibilidade da física tal

11 *Cf.* Bobenrieth, Miserda A. [12] *Inconsistencias ¿por qué no?* , p. 365.

como estabelecida orignalmente por Newton.[12] Ao dar uma resposta a estas questões, Kant desenvolveu o que ele mesmo chamou de uma filosofia "transcendental" das faculdades cognitivas em termos de "conceitos puros" ou "categorias" do pensamento racional. A estrutura conceitual elaborada por Kant descreve uma racionalidade fixa, absolutamente imutável e universal, isto é, válida para todos os humanos em qualquer tempo e em qualquer lugar – é deste modo, em síntese, que Kant esclarece em que sentido a geometria de Euclides e a física de Newton representam um modelo de racionalidade para ciência em geral. Isso também explica sua postura frente à lógica como ciência acabada.

Entretanto, o "esquema kantiano da razão científica constitui uma espécie de instantâneo fotográfico de um estado do conhecimento que não demoraria a ser ultrapassado". (*Cf.* Granger, G.G. [65] p.66) Como veremos adiante no capítulo seguinte, as transformações pelas quais passaram as ciências formais (matemática e lógica) e a física, no último século, acabaram por modificar profundamente o esquema geral da racionalidade científica admitida tradicionalmente. Certas categorias, tidas como conceitos fundamentais da atividade racional, bem como princípios, tidos como absolutamente imutáveis, foram dialetizados[13] com a evolução da própria ciência. Concorreu para isso, em grande medida, o surgimento das geometrias não-euclidianas, que proporcionaram uma concepção de espaço (que para Kant era fundamental na forma como racionalmente compreendemos a realidade) bastante diversa daquela que podia ser extraída da geometria de Euclides. Assim, sob o ponto de vista da matemática pura, há diversos espaços possíveis, todos eles, como provaram E. Beltrami, Klein e outros, logicamente tão seguros e legítimos do ponto de vista da razão como o euclidiano. (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29], p 67)

Também na física ocorreram mudanças que provocaram uma relativização de categorias fundamentais do pensamento. De fato, conceitos como os de espaço e tempo, intuitivos na mecânica clássica, sucumbiram a processos subjetivação com a teoria da relatividade. Sistemas geométricos não intuitivos revelam-se, na teoria da relatividade, como meio mais adequado para a interpretação do espaço do que o espaço intuitivo euclidiano; a relativização do conceito de *simultaneidade* também "tirou" do tempo uma

[12] Kant ainda formula no quadro de sua crítica uma terceira questão, sobre a possibilidade da metafísica como ciência, o que responde pela negativa, dada sua concepção da razão científica.

[13] O termo 'dialetizar' e seus correlatos serão aqui empregados doravante no sentido que Bachelard os dá em *Le Nouvel Esprit Scientifique.* (*Cf.* Bachelard, G. [4]) Assim, dialetizar uma determinada concepção significa apenas questioná-la, relativizá-la, ou mesmo negá-la, demonstrando seus pressupostos subjacentes, limitações relativas a determinados domínios de investigação.

propriedade que, ainda na física clássica, era tida como absolutamente evidente. Surgiu desta forma a idéia de um contínuo quadridimensional curvo do mundo, que não tem nenhuma correspondência no mundo dos fenômenos e só pode ser submetido a um tratamento analítico através de um simbolismo matemático. A mecânica quântica fortaleceu ainda mais o caráter não intuitivo e relativo das categorias fundamentais do conhecimento científico, os quais promoveram a possibilidade de repensar a idéia de racionalidade científica. Conceitos como o de individualidade, localidade ou causa e efeito, tais como considerados no contexto clássico, e que importam à física clássica, parecem desprovidos de sentido quando considerados no âmbito da microfísica. Assim é que os progressos na mecânica quântica provocaram, dentre outras coisas, o surgimento das chamadas lógicas quânticas, que evidenciam em certa medida que nos domínios da mecânica quântica as normas lógicas padrão podem, em tese, ser relativisadas, como sustentam alguns autores.

Dentre as mudanças significativas relativas à idéia de racionalidade científica, vale a pena destacar as referentes ao desenvolvimento da lógica moderna, dadas as íntimas conexões habitualmente aceitas entre lógica e racionalidade.[14] É certo que a lógica evoluiu muito nos últimos anos e não pode ser mais encarada simplesmente como a ciência das inferências válidas. Nela estão envolvidos tópicos como teoria da recursão, a teoria de modelos, os fundamentos da teoria dos conjuntos, para citar alguns exemplos. Na realidade, a lógica, em seu estado presente de evolução, constitui uma disciplina teórica, com status semelhante ao da matemática, de alta complexidade, que envolve, desde aspectos puramente abstratos, até implicações tecnológicas, como a programação de computadores e a robótica. Aliás, é difícil, como veremos adiante, nos dias atuais, definir com precisão seu campo de atuação, ou falar em lógica no singular. Não há A Lógica como tal, mas diversos sistemas de lógica distintos, dentre os quais os sistemas chamados não-clássicos que representam, segundo nosso ponto de vista, um momento de inflexão na história da ciência, ainda por ser considerado com a devida atenção. No cenário filosófico contemporâneo, é reconhecido que o papel da lógica é relevante, em diversos campos filosóficos, da teoria do conhecimento à filosofia da ciência, da metafísica à ética, a lógica

[14] Importa notar que as relações entre lógica e racionalidade constituem um tema a parte que pretendemos discutir adiante no capítulo 3, seguindo de perto as considerações expostas por Newton da Costa em [28] e [29]. De qualquer forma fazemos notar que embora se admita interconexões íntimas entre lógica e racionalidade, esta não se reduz *strictu sensu* aquela como teremos a oportunidade de discutir.

vem provocando alterações profundas que a transformaram em ferramenta indispensável ao trabalho filosófico.

Como já dissemos, neste trabalho tratamos em pormenor como certos desenvolvimentos da lógica contemporânea contribuíram para alterar a concepção tradicional de racionalidade científica. Interessa-nos, sobretudo, investigar como a possibilidade de mudança de lógica subjacente a certas teorias científicas pode contribuir para uma percepção filosófica melhor burilada da razão científica e, talvez, da própria ciência.

Entre as dificuldades com as quais nos deparamos na elaboração de um trabalho como este, uma é a seguinte: termos como 'razão' e 'racionalidade' cobrem inegavelmente um campo semântico extremamente vasto e algo vago, como mostram habitualmente as definições encontradas em dicionários e os usos da linguagem comum. Embora a percepção intuitiva das noções assim representadas seja suficientemente clara para evitar risco de incompreensões em contextos ordinários, torna-se insuficiente quando se procura estabelecer uma investigação filosófica rigorosa a propósito dos fundamentos da ciência e de sua racionalidade. Claramente, é inegável que uma terminologia completamente precisa em filosofia constitui um ideal difícil de ser atingido e uma das características dessa é justamente poder exercer-se sua atividade por meio de conceitos até certo ponto vagos e inexatos. Assim, embora não se trate aqui de legislar acerca do bom uso dos termos, o que seria uma pretensão vã, uma vez que a prática lingüística espontânea é sempre mais forte e rica do que as disposições fixadas *a priori*, algumas definições de caráter normativo são desejáveis, na medida em que se pretende dar certa univocidade e rigor a termos estratégicos da discussão. É neste espírito, portanto, que aqui tratamos de delimitar, ainda que de forma gradual, termos como razão e racionalidade.

No quadro das perquirições filosóficas, a racionalidade, entendida num sentido amplo, aparece como aquilo que é compatível com a razão, e pode ser entendida tanto como *racionalidade prática* (o que é racional fazer) quanto como *racionalidade teórica* (o que é racional acreditar). [15] A razão, por seu turno, é por vezes considerada uma faculdade

[15] Em seu artigo '*El concepto de racionalidad*' Jesús Mosterín (*Cf.* Mosterín, J. [99]) propõe diversos critérios para o que chama 'racionalidade teórica' e para o que denomina 'racionalidade prática'. Para este autor, alguém é racional em suas crenças se possui suficiente evidência para sua crença e é racional em suas ações se tiver consciência de seus fins. De qualquer forma a segunda pode ser reduzida à primeira.

instrumental, isto é, não determina seus objetivos, mas é por eles determinada e, por vezes, uma faculdade *substantiva*, ou seja, possui objetivos intrinsecamente racionais – como por exemplo, o bem-estar humano.[16] Sem pretendermos entrar na polêmica sobre o caráter instrumental ou não da razão, ou ainda sobre a distinção entre seus aspectos práticos e teóricos, destacamos entrementes o fato de existirem pelo menos três significados de razão reincidentes na literatura filosófica, a saber:[17]

i. Faculdade do pensamento discursivo, por oposição à intuição. A razão discursiva se caracteriza pelo pensamento articulado em conceitos e juízos encadeados por uma estrutura demonstrativa – como numa demonstração matemática. A intuição, pelo contrário, capta as verdades apenas por uma operação do espírito. Apreende diretamente as "essências", sem recorrer necessariamente a um processo demonstrativo fragmentado;
ii. Faculdade do pensamento correto por oposição ao conhecimento imperfeito e ilusório. Opõe-se particularmente ao conhecimento imediato dos sentidos e a mera opinião. Esta faculdade visa, entre outras coisas, para os antigos, uma forma de conhecimento, além de universal e necessário, que obtenha em alguma medida certo grau de certeza e permanência, daí sua necessidade de justificação;
iii. Faculdade das categorias e princípios gerais reguladores do pensamento discursivo que possibilitam o conhecimento natural (por oposição a revelação), em particular, estas categorias e princípios permitem que se efetuem julgamentos, distinguindo o verdadeiro do falso, o certo do errado.

Vamos, no que segue, delimitar melhor a acepção em que utilizaremos o termo 'razão' neste trabalho. Seguiremos de perto aqui o exposto por da Costa [28] e Granger [65], cap.2.

---

16 A idéia de que a razão é uma faculdade *instrumental* é associada à filosofia de David Hume. Para este filósofo, a racionalidade não formula objetivos próprios e substantivos, mas consiste na busca adequada dos objetivos formulados por um agente racional, sejam estes quais forem. Diversas abordagens econômicas e decisório-teóricas da racionalidade são puramente instrumentais. (*Cf.* Bergstrom, L. [8]). Por outro lado, a idéia de que a razão é uma faculdade substantiva está ligada às tradições aristotélica e kantiana, para as quais a racionalidade não é uma faculdade meramente instrumental, distinguindo objetivos racionais e objetivos irracionais.

17 Ver a propósito Newton da Costa [28] p. 2, e G.G.Granger [65].

A razão é a faculdade de conceber conceitos e princípios reguladores do pensamento discursivo, em particular do pensamento científico e, ao mesmo tempo, de julgar, raciocinar, isto é, fazer inferências. Assim, a razão pode ser caracterizada por duas funções: (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p.2) uma *constitutiva* e outra *operativa*. A primeira é a de elaborar, a partir de nossa interação com o contorno, o universo que nos cerca, certas categorias, isto é, conceitos-chave, alguns muito gerais, como os de relação, objeto, espaço, tempo, causa, propriedade, etc., com os quais é possível coordenar os dados da experiência. Em outras palavras, exercer nossa capacidade cognitiva. Como observa Newton da Costa "[é] desta forma que sistematizamos nossas percepções tornando inteligível a experiência[18]. Assim, por exemplo, percebemos que determinada sensação precede outra e associamos várias sensações como sendo causadas pelo mesmo objeto" (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p.3). A segunda função consiste em combinar conceitos e realizar inferências. Em especial, pela razão operativa são possíveis a reflexão e a atividade crítica.

De acordo com da Costa na origem da construção das categorias pela razão constitutiva, alguns aspectos são levados em conta, em particular os seguintes: "(i) que os objetos que nos cercam [aparentemente] tendem a permanecer idênticos a si mesmos, pelo menos durante certo período de tempo, (ii) que um objeto não pode ter e não ter uma certa propriedade nas mesmas circunstâncias (como estar e não estar em um determinado lugar e um determinado tempo, ou ter e não ter um certo formato ou composição), e (iii) que dada uma certa característica que lhe possa ser aplicada, ele a tenha ou não. Esta imagem intuitiva dos objetos que nos cercam e do modo como lhes associamos suas características mais imediatas (propriedades e relações com outros objetos), influenciou a formação de nossas primeiras sistematizações racionais, em especial a geometria dos antigos gregos, a física, e a própria lógica". (*Cf.* da Costa, N.C.A. & Krause, D. [44] p.1) É conveniente notar que a lógica clássica está fortemente vinculada, em seus princípios fundamentais, às suposições feitas acima, isto é, os princípios lógicos refletem, sob certos aspectos, as leis que regem o exercício da razão. Daí não se poder prescindir da lógica e de sua história

[18] Cabe aqui fazer referência às observações que Newton da Costa faz em *O Conhecimento Científico*. Diz ele: "A interconexão [intuitiva] entre o homem e o universo está em grande parte balizada pela natureza de seus sentidos" e "seres fisiologicamente distintos de nós talvez chegassem a concepções do universo bem afastadas da nossa." (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29], p.156), talvez uma geometria, como sugerida por Poincaré (*Cf.* Poincaré, H. [112], p.68), uma mecânica distintas da nossa, ou ainda, mais radicalmente uma lógica.

numa investigação da racionalidade científica, na medida em que alterações mais profundas naquela podem alterar, de modo significativo, como entendemos esta.

Como já afirmamos, a racionalidade que nos interessa investigar é a racionalidade da ciência, cuja evolução história pode ser palmilhada com certo grau de detalhamento e, no qual vamos procurar nos referenciar quando tivermos necessidade. Destarte, certamente há problemas bastante relevantes que deixaremos de lado no trato da racionalidade, entre os quais podemos citar os seguintes a título de exemplo: (i) a questão de saber se existe ou não padrões de racionalidade que sejam válidos em todas as culturas, ou se existem culturas, por exemplo, pré-científicas, que exibem padrões de racionalidade diferentes do nosso[19]. A propósito, um caso bastante comentado na literatura especializada é a da tribo Azande (*Cf.* Evans-Pritchard [54]), que segundo alguns autores, em suas crenças a respeito bruxaria, violariam o princípio de não-contradição da lógica tradicional;[20] (ii) A questão da racionalidade prática, isto é, das ações racionais. Esta questão diz respeito à existência ou não de normas de ação que permitiriam distinguir uma ação racional de uma irracional; (iii) Não trataremos de analisar o oposto da racionalidade, isto é, o irracional como crença ou como ação, a pesar de sua importância para a compreensão da própria racionalidade (*Cf.* Granger, G.G. [63]); (iv) não vamos considerar se a evolução da racionalidade constitui um processo contínuo ou mesmo descontínua na história da Civilização Ocidental.

Não iremos também examinar aqui a atividade cognitiva, haja vista, que essa se constitui por processos mentais ainda pouco conhecidos e a maneira como efetivamente pensamos é deveras complexa, sendo que a lógica só indiretamente reflete como realmente realizamos inferências. Essas, na verdade, envolvem, além de nossa experiência em sentido amplo, aspectos subjetivos como analogias inconscientes, inspirações momentâneas, conhecimento especializado ou não, integração de estados afetivos com estados cognitivos, etc., que tornam o processo real do pensar difícil de avaliar, apesar da relativa importância e de muitos teóricos se dedicarem a isso.[21] Vamos concentrar nossa atenção nos produtos

[19] Sem pretendermos nos comprometer aqui com esta questão, fazemos notar que, embora, persista ainda a polêmica entorno da existência ou não de culturas que apresentem uma racionalidade distinta da nossa, a tese da possibilidade é em si mesma interessante sob o ponto de vista filosófico. Ver o livro de Eduardo Viveiros de Castro, "*A inconstância da alma selvagem*", no qual ele trata de várias culturas amazônicas. (*Cf.* Castro, [21])

[20] Para maiores detalhe indicamos: da Costa, N.C.A. and French, S. [43]

[21] Por exemplo, A. Damásio [49], H. Maturana [93] e M. Gardner [61]

da atividade racional quando sistematicamente conduzidos com a finalidade de obter conhecimento, em particular o conhecimento científico. Frisamos que os resultados do exercício da razão contidos nos contextos racionais, em especial os contextos científicos, constituem-se por estruturas bem mais rígidas e, por conseguinte, mais fáceis de serem analisadas.

Dado o caráter conceitual da razão, e mais especificamente da razão científica, vale notar a importância da linguagem para uma compreensão da própria racionalidade. Praticamente não é possível se pensar na racionalidade da ciência sem o veículo lingüístico, haja vista que a razão, via de regra, se expressa por meio de contextos lingüísticos. Na verdade, a atividade da ciência envolve a elaboração de conceitos: na física, há conceitos como o de força, campo, movimento, velocidade, massa, elétron. Na biologia encontramos conceitos como o de espécie, mutação, adaptação, ecossistema, nicho. Na economia, noções como de economia de mercado, PIB, moeda, liquidez. Em matemática, arquitetam-se conceitos como o espaço topológico, vetor, grupo, número, conjunto, entre muitos outros. Evidentemente, tais conceitos pressupõem uma linguagem, que pode variar em rigor e clareza, mas que não pode prescindir de certas regras de uma lógica tácita ou explicita que permite realizar deduções e inferências em geral, evitando especulações e adivinhações, que não teriam grau de objetividade aceitável do ponto de vista racional.

Feita essas referências à racionalidade em geral e a algumas questões que não serão aqui discutidas, passaremos agora a aventar em detalhe os problemas já apontados na introdução e que nos interessam nesta investigação. Como se desprenderá da leitura deste trabalho, daremos maior ênfase a primeira questão proposta, tratando da segunda apenas por alto, com indicativos sumários de uma possível resposta.

1.2. Delimitação do problema[22]

> "O que é ser racional? No mínimo, afirma o racionalista, ser racional é ser consistente (...). Todavia, com a consistência tomada como pedra de toque, a irracionalidade parece disseminar-se de maneira desmedida, uma vez que a vida 'cotidiana', as crenças de outras culturas e mesmo a ciência se encontram repletas de inconsistências"
> (French, S. [58] p. 223)

> "... não há dúvida, e é mesmo a evolução da ciência a única que permite dar à palavra progresso um significado não equívoco." (Granger, G.G. [64], p. 108).

Evidentemente que o projeto de uma descrição completa da racionalidade seria excessivo, e ultrapassaria de longe as competências de um trabalho de caráter puramente filosófico. Seria uma tarefa imensa que, provavelmente, envolveria diversas áreas de investigação científica e filosófica. Assim, o projeto aqui desenhado é bem mais modesto e consiste em considerar o sentido e a função da racionalidade na ciência e pretende, mais especificamente, esboçar um modelo de racionalidade que dê conta de duas questões bastante específicas, mas de alta relevância para uma teoria da racionalidade científica: a primeira diz respeito a como entender em termos racionais episódios em que cientistas, e mesmo matemáticos, admitem teorias inconsistentes, tendo em vista que abordagens tradicionais da racionalidade científica parecem pressupor que a consistência é uma condição necessária à racionalidade.[23] A segunda questão diz respeito à aparente falta de cumulatividade no desenvolvimento da ciência, isto é, como entender em termos racionais a presença de mudanças teóricas radicais no desenvolvimento da ciência, por exemplo, a passagem da mecânica clássica para a mecânica relativista. Visivelmente, existe uma contradição no desenvolvimento da ciência de difícil enquadramento nos moldes de uma concepção clássica de racionalidade como caracterizada acima em linhas gerais (*Cf.p.*10s), haja vista, por exemplo, que categorias como as de massa ou de tempo na mecânica clássica parecem ser bastante distintos dos da mecânica relativista. O que está em jogo

[22] As questões aqui discutidas em por menor, foram propostas inicialmente em um artigo de da Costa e Bueno intitulado "*Quasi-truth , Parconsistency, and the Foundations of Science*"[15] .

[23] Ver por exemplo: K. R. Popper [113], M. Bunge [18] e G.G. Granger [63]. Devem-se ainda considerar aqueles que supõem que existe uma única lógica a partir da qual é possível se constituir um sistema de crenças racional, como W. O. Quine [123] e J. Benda [7].

aqui, por um lado, é a noção de progresso associada ao desenvolvimento da ciência e, por outro lado, a concepção de verdade implicada pela ciência.

Cabe aqui evidentemente uma discussão pormenorizada das duas questões referidas acima. Portanto, vamos, na seqüência, dissecá-las com precisão, indicando em que sentido elas serão tratadas nesta dissertação e, ao mesmo tempo, apontando suas conexões com outras questões epistemológicas a elas associadas sem, no entanto, pretender debater neste primeiro momento em profundidade qualquer uma delas. De fato, trata-se de esboçarmos a seguir o que já se encontra, de uma forma ou de outra, esparso na literatura sobre o assunto. A intenção é tão somente concatenar algumas das diversas acepções em que noções como paradoxo e inconsistência são tomados em ciência.

Relativamente à primeira questão importa esclarecer o que se entende pelo termo 'inconsistência' que é, ocasionalmente, traduzido por 'paradoxo' em certos contextos que, por sua vez, se apresenta tradicionalmente sob duas acepções distintas, a saber:

(i) por paradoxo[24] pode-se entender uma situação que viola a intuição, ou o que é comumente admitido pelo senso comum, ou seja, um paradoxo caracteriza-se por produzir uma perplexidade ante o aparentemente implausível. Neste sentido, a etimologia do termo reflete bem seu significado ($\pi\alpha\rho\alpha\delta o\xi\alpha$) – além da crença, ou ainda, contrário à opinião. Um paradoxo, nesta acepção, não implica efetivamente uma contradição, mas tão somente uma situação inusitada, que é difícil de aceitar num primeiro momento, por conta de uma violação do que é familiar à intuição. Situações paradoxais em ciência, nesta acepção, são, por exemplo, os paradoxos do movimento de Zenão (que será visto em detalhe no capítulo 4), o paradoxo de Olbers em cosmologia (Olbers observou a contradição entre a suposição de um Universo estático, espacial e temporalmente infinito, com um número infinito de estrelas distribuídas uniformemente e o fato do céu noturno ficar escuro), ou ainda o paradoxo de Banach-Tarski (O teorema de Banach–Tarski estabelece que é possível dividir uma esfera sólida tridimensional em um número finito de pedaços, e com estes pedaços construir duas esferas, do mesmo tamanho da original, sem que realize deformação das partes).

[24] W.O. Quine [124] chama estes paradoxos de *verídicos* em oposição aos *falsídicos*, que estabelecem resultados falsos.

(ii) A segunda acepção na qual o termo 'paradoxo' é empregado na literatura filosófica é mais radical, e corresponde ao que aqui vamos chamar de antinomia[25] ou paradoxos propriamente ditos, que implicam em uma contradição[26] num sistema de crenças ou numa teoria, que a torna absurdamente inadmissível. Quando nos situamos no âmbito de teorias científicas uma inconsistência, nesta acepção, permite derivar sentenças contraditórias, no sentido de violarem um princípio fundamental da racionalidade clássica: o princípio da não-contradição e, portanto, a consistência (sintática ou semântica) da teoria. Nesta segunda acepção de paradoxo, temos ainda de distinguir os paradoxos sintáticos (ou lógicos) dos paradoxos semânticos, classificados desta forma pela primeira vez por F. P. Ramsey.[27] "Informalmente falando, a primeira classe [de paradoxos] surge de construções puramente matemáticas; a segunda, da consideração direta da linguagem que usamos para falar de matemática e lógica". (*Cf.* Suppes, P. [147], p. 6)

Os paradoxos sintáticos envolvem apenas regras ou princípios lógicos e ocorrem quando: *(a)* numa teoria T, que contenha em sua linguagem um símbolo para negação $\neg$, é possível derivar como teoremas de T α e $\neg\alpha$, ou seja, *T*, admite dois teoremas contraditórios (uma delas sendo a negação do outros). Em geral, isto é, na maioria dos sistemas lógicos, nesta situação pode-se derivar uma contradição em *T*, isto é, a conjunção de duas proposições contraditórias $\alpha \wedge \neg \alpha$.[28] *(b)* numa teoria T todas as fórmulas da linguagem de T são teoremas[29] , o que significa dizer, neste caso, que T é trivial. Quando temos em tela um sistema de lógica clássica, a demonstração de uma contradição no sentido de *(a)* torna todas as fórmulas da linguagem de T teoremas de T, no sentido de *(b)*, ou seja, o contraditório acarreta qualquer tipo de coisa corretamente expresso na linguagem do sistema: *ex falso sequitur quod libet*. Por outro lado, se uma teoria T é trivial, então (por definição) nela se pode deduzir todas as expressões bem formadas de sua linguagem, e em

---

25 O termo 'antinomia' é usualmente empregado como sinônimo de 'paradoxo' e, ocasionalmente, significa uma classe especial de paradoxos: os resultantes de uma contradição entre duas proposições , cada uma das quais racionalmente defensáveis. Cumpre-nos observar que Kant usa o mesmo termo 'antinomia' em uma acepção distinta da nossa que não discutiremos. (*Cf.* para maiores detalhes Mora, J.F. [97], verbete *antinomia* p. 2488).

26 Tradicionalmente a noção de contradição, tratada pela primeira vez de forma ampla por Aristóteles, é estudada sob a forma de um princípio. Łukasiewicz, J. [90] distingue três formas pelas qual o princípio de não-contradição aparece nos textos de Aristóteles (*Cf.*cap. 4).

27 Observamos que Russell não achava que os paradoxos fossem separáveis em dois grupos distintos, porque ele pensava que todos eles surgem como resultado de uma falácia, de violação do 'princípio do círculo vicioso' (*Cf.* Haack, S. [67], p. 189).

28 Existem paradoxos que não envolvem negação (*Cf.* Krause, D. [80])

29 Como veremos adiante (Capítulo 4) a lógica paraconsistente proposta por da Costa [31] é inconsistente no sentido indicado em *(a)*, mas consistente no sentido de *(b)*.

particular ela terá (desde que sua linguagem contenha um símbolo para negação) como teoremas α e $\neg\alpha$, isto é, *(b)* acarreta *(a)*. São exemplos típicos, e bem conhecidos na literatura, como ocasionando inconsistência sintática, os paradoxos de Burali-Forti, Cantor e Russell, todos relacionados à Teoria intuitiva dos conjuntos[30]. Estes paradoxos sintáticos revestem-se de particular interesse para a lógica e matemática, devido, em parte, à crise que provocaram nos fundamentos da matemática no início do século XX e as respectivas tentativas de solução que despertaram. (*Cf.* da Costa, N.C.A. [32], p.12) Em conseqüência disso, vamos, no que segue, apresentá-los, com intuito meramente ilustrativo, já que são bem conhecidos.[31]

O primeiro paradoxo da Teoria de Conjuntos de Cantor surgiu por volta de 1897, com Cesare Burali-Forti (1861-1931) (*Cf.* Krause, [80], p.90) e diz respeito à teoria dos números ordinais. A seguinte passagem de Krause caracteriza muito bem o paradoxo de Burali-Forti:

> "Para explicar o paradoxo de Burali-Forti necessitamos de alguns fatos acerca de ordinais, que serão meramente comentados por alto. Inicialmente, um isomorfismo [de ordem] vem a ser uma aplicação bijetiva que 'preserva a ordem'; assim, um conjunto *A* (ordenado por $\leq_A$) é ordem-isomorfo a *B* (ordenado por $\leq_B$) se existe $f : A \mapsto B$ bijetiva tal que para todos x e y de A, se $x <_A y$, então que $f(x) <_B f(y)$, sendo $<_A$ e $<_B$ definidas como usual (ou seja, $x <_A y$ see $x \leq_A y \wedge x \neq y$, e analogamente para $<_B$). Um ordinal é certo conjunto que tem, dentre suas inúmeras propriedades, as seguintes: (a) todos os seus elementos são também ordinais (menores do que ele); (b) não é ordem-isomorfo a nenhum de seus elementos. Finalmente, pode-se demonstrar (na teoria intuitiva de conjuntos) que todo conjunto bem-ordenado (i.e., tal que cada um de seus subconjuntos tem um menor elemento) é ordem-isomorfo a algum ordinal.
>
> Considere-se então a coleção Ω de todos os números ordinais. Tal coleção deveria ser ordem-isomorfa a algum ordinal. Mas pelos itens (a) e (b) acima, tal ordinal teria que ser maior do que qualquer dos elementos de Ω, logo, maior do que

[30] Mendelson afirma que os paradoxos conhecidos desta classe são todos relativos à Teoria de Conjuntos (*Cf.* Mendelson, Elliot [94], p. 3).

[31] Uma discussão melhor aprofundada desses paradoxos no contexto da teoria intuitiva de conjuntos e das noções de paraconsistência e racionalidade científica será feita no capítulo 4.

qualquer ordinal em Ω, donde o paradoxo, pois o ordinal ordem-isomorfo a Ω deveria pertencer a Ω e não pertencer a Ω simultaneamente. À época, nem Burali-Forti e nem Cantor conseguiram dar conta de tal antinomia." (*Cf.* Krause, D. [80], p 90-1)

O paradoxo de Cantor (1899), por seu turno, envolve a teoria dos números cardinais é da seguinte forma: seja C o conjunto de todos os conjuntos. Portanto, cada subconjunto de C é também um membro de C. Deste modo, o conjunto potência de C, $\wp(C) = 2^C$, é um subconjunto de C, isto é, $2^C \subseteq C$. Mas, $2^C \subseteq C$ implica (pela teoria dos cardinais) que o número de elementos de 2^C é menor ou igual ao número de elementos de C, em símbolos $\#(2^C) \leq \#(C)$. Contudo, de acordo com um teorema de Cantor[32], $\#(C) < \#(2^C)$. Assim, o conceito de conjunto de todos os conjuntos conduz a uma contradição: $\#(2^C) \leq \#(C)$ e $\#(C) < \#(2^C)$.

Tanto o paradoxo de Burali-Forti quanto o de Cantor não representaram uma ameaça substantiva à Teoria intuitiva dos conjuntos, na medida em que, não atacavam as partes centrais dessa. Ou seja, pensava-se que não se tratassem de verdadeiras antinomias, mas meramente de paradoxos na primeira acepção acima, fatos que chocam a intuição. Como se viu posteriormente, este não era o caso. De mais a mais, paradoxos semelhantes já eram conhecidos desde os gregos antigos e eram entendidos apenas como uma espécie de desnorteadora confusão verbal, difícil de desfazer, mas sem real importância para a ciência em geral, e para a matemática em particular, na melhor das hipóteses eram vistos como quebra-cabeças que, se pensava, poderiam ser sanados com um certo esforço. Se a teoria dos números transfinitos gerava paradoxos como os acima vistos, talvez fosse possível superá-los, ou mesmo em caso extremo, abandonar certos aspectos da teoria, sem grande prejuízo à Teoria dos Conjuntos como um todo. Entretanto, B. Russell descobriu um paradoxo (conhecido hoje como paradoxo de Russell), decepcionantemente simples, por não envolver o aparato sofisticado da teoria, mas bastante perturbador, pois comprometia um princípio central e, aparentemente inofensivo da teoria dos conjuntos.

---

32 Informalmente: Para um conjunto qualquer A, a cardinalidade de $\wp(A)$ é estritamente maior do que a cardinalidade de A.

A teoria intuitiva de Cantor estava fundada basicamente em dois princípios, o de extensionalidade e o de abstração, que podem ser formulados como segue[33]:

(1) *Extensionalidade*: se dois conjuntos A e B tiverem os mesmos elementos, eles são iguais.[34]

(2) *Compreensão*:[35] Para toda condição $\mathfrak{F}(x)$, existe o conjunto de todos os objetos x tais que $\mathfrak{F}(x)$ (é verdadeira), o que podemos designar por $\{x : \mathfrak{F}(x)\}$.

Partindo do princípio de compreensão podemos considerar a propriedade $\mathfrak{F}(x) =_{Def} x \notin x$. O que nos dá o conjunto $\Re$ (uma referência a Russell):

$$\Re = \{x : \mathfrak{F}(x)\} = \{x : x \notin x\}.$$

Então se tem por definição,

$$\Re \in \Re \Leftrightarrow \Re \in \{x : x \notin x\}$$

$$\Re \in \Re \Leftrightarrow \Re \notin \Re$$

Do que facilmente se deduz

$$(\Re \in \Re) \wedge (\Re \notin \Re)$$ [36]

O que é uma contradição, conhecida como paradoxo de Russell. Considerando que

---

[33] Krause aborda esta questão de uma perspectiva diferente, considera a existência de um *princípio de identidade* para os elementos dos conjuntos, que na teoria de Cantor não eram necessariamente todos conjuntos, logo, não cobertos pela axioma da extensionalidade (*Cf.* Krause, D. [80] p.78)

[34] Ou de outra forma: um conjunto é determinado por sua extensão.

[35] Também chamado de princípio de abstração ou separação, acarreta que para qualquer objeto α, tem-se $\alpha \in \{x : \mathfrak{F}(x)\} \Leftrightarrow \mathfrak{F}(\alpha)$, por definição.

[36] Os paradoxos apresentados até aqui envolvem o conceito de negação em alguma etapa, entretanto, existem paradoxos, como o de Curry que não envolvem tal conceito (*Cf.* Krause, D. [80], p.100 e também da Costa, N.C.A. [48], p. 7ss). O paradoxo de Russell, numa versão semântica de caráter popular, é usualmente expresso pela seguinte anedota: numa certa cidade existe um barbeiro que só faz a barba nos homens que não se barbeiam a si próprios. Pergunta: quem faz a barba do barbeiro?

a lógica subjacente ao argumento é a lógica clássica, e que o paradoxo faz referência a um princípio fundamental da teoria, a única conclusão plausível é que a teoria intuitiva de conjuntos tal como formulada por G. Cantor é inconsistente (sintaticamente inconsistente). Esta descoberta evidentemente perturbou profundamente muitos matemáticos e filósofos da época, pelo fato desta teoria ter sido encarada, por muitos, como fundamento para toda a matemática conhecida naquele período. Visivelmente o paradoxo provocou acirrado debate em torno dos fundamentos da matemática e de suas possíveis soluções.[37] De maneira especial, a polêmica gerada, e as diferentes soluções aos paradoxos, marcaram uma nova etapa em todo o pensamento matemático, lógico e filosófico, em certa medida, influenciaram definitivamente as concepções dos matemáticos e filósofos a respeito do conhecimento matemático, dando origem a diversas correntes de pensamento, dentre as quais merecem destaque o logicismo, o intuicionismo e o formalismo.

Sem embargo, o princípio de abstração era utilizado por Cantor e outros matemáticos e lógicos, inclusive Frege, (*Cf.* Frege, G.[57]) sem nenhuma restrição, o que se constituía em algo perfeitamente aceitável, dada sua evidência intuitiva. Toda propriedade determina uma classe constituída pelos objetos que a possuem e somente eles, em especial $\mathfrak{F}(x): x \notin x$. Entretanto, como vimos acima, este princípio conjuntista não é compatível com as regras de inferência da lógica clássica, em particular, com a lei da não-contradição[38] , o que constitui algo realmente surpreendente, que afeta, em tese, a possibilidade de se construir uma teoria de conjuntos baseada na lógica clássica, que não implique numa limitação do referido princípio. Seria necessário ou abandonar a lógica elementar clássica ou modificar a teoria. Como teremos a oportunidade de ver adiante, todas as "soluções" [39] tradicionalmente apresentadas procuraram preservar a lógica elementar tradicional em detrimento do princípio de abstração da teoria de Cantor.

---

37 Dentre os opositores da Teoria dos Conjuntos vale citar Poincaré e Kronecker que não aceitavam a idéia de um infinito atual pressuposto pela teoria. Kronecker chegou mesmo a acusar Cantor de charlatanismo científico. (*Cf.* Krause, D. [80] p. 70s)

38 Esta incompatibilidade entre o princípio conjuntista de abstração e as regras de dedução da lógica clássica é observada por da Costa, Béziau, J.-Y., e Bueno em *Elementos de Teoria Paraconsistente de Conjuntos*. [48] p. 16.

39 "Observe-se que, *stricto sensu*, carece de sentido falarmos em solução de paradoxo ou de antinomia formais. Se a teoria *T*, por exemplo, for paradoxal, isto constitui fato, propriedade que lhe pertence. Se quisermos modificá-la para nela não ser possível derivar-se nenhum paradoxo, então a nova teoria não é mais *T*, e o paradoxo não foi propriamente eliminado de *T*, mas se edificou outra teoria *T'*, aparentada com *T*, e em *T'* é que o paradoxo não pode ser derivado" (*Cf.* da Costa, [28], p 195).

O paradoxo de Russell e correlatos operam evidentemente como uma restrição chave as tentativas de construção de teorias de conjuntos consistentes no palco da lógica clássica, por seu turno, os paradoxos semânticos, como o paradoxo do mentiroso e seus correlatos, de modo semelhante, operam com uma restrição chave às tentativas de arquitetar teorias semânticas consistentes naquele mesmo palco. Assim, em parte, as condições de adequação formal de Tarski para as condições de verdade são em grande medida motivadas pela necessidade de evitar paradoxos semânticos. (*Cf.* Haack, S. [67] p.185) Vamos no que segue apresentar três paradoxos semânticos bastante comentados na literatura:

O *paradoxo do mentiroso*, bastante conhecido, se apresenta sob diversas variações; a versão clássica diz respeito à seguinte sentença:

(p) Esta sentença é falsa.

Assim, se o que a sentença *p* declara é verdade[40] , então o que ela diz é o caso; logo *p* é falsa. Se, por outro lado, o que *p* declara é falso; como isso é exatamente o que ela está dizendo, então é verdadeira. Uma variante deste paradoxo também conhecido desde os gregos antigos é o paradoxo de 'Epimênides', diz respeito a um cretense chamado Epimênides, que teria dito que todos os cretenses são mentirosos. É fácil perceber que o que Epimênides afirma é verdadeiro se e somente se for falso.

Outro paradoxo semântico interessante é o *paradoxo Grelling* (1908) [41] que diz um adjetivo é autológico se e somente se denotar uma propriedade que ele próprio contém, como por exemplo, proparoxítona, horizontal, curto, etc. Por outro lado, um adjetivo é heterológico se e somente se não denotar uma propriedade que ele próprio contém, por exemplo, vertical, longo, monossílabo, etc.. Questão: a palavra 'heterológico' é heterológica? Se "heterológico" for uma palavra heterológica, então ela denota uma propriedade que ela contém. Sendo, portanto, autológica. Se, por outro lado, "heterológico" for uma palavra autológica, então ela não denota uma propriedade que ela contém. Sendo, portanto, heterológica. De qualquer forma, 'heterológico' é heterológico se e somente se

[40] Estamos aceitando a teoria da correspondência, isto é, se uma sentença é verdadeira, o que ela diz expressa um fato, aquilo que é.

[41] (*Cf.* Mendelson, Elliot [94], p.3)

for autológica, ou seja, não for heterológico, e é autológica se e somente se for heterológica, ou seja, não for autológica.

O *paradoxo de Richard* (1905) pode ser descrito da seguinte forma: considere o conjunto de todos os números naturais que podem ser descritos com menos de 20 palavras na língua portuguesa. Seja M o conjunto que estamos especificando, ou seja, um conjunto finito, pois finito é o número de arranjos de todas as palavras da língua portuguesa já formados em grupos de menos de 20 palavras; e de todos esses grupos interessa considerar apenas uma fração justamente aqueles grupos que resultam em definições significativas de números naturais. Portanto, o complementar de M' de M é um subconjunto infinito do conjunto dos números naturais; e, como tal, possui um menor elemento.[42] Seja m esse menor elemento de M'. O que é m? Resposta: m é o menor número natural que não pode ser descrito com menos de 20 palavras da língua portuguesa. Ora, acabamos de escrever m com apenas 19 palavras! Como se pode perceber, estamos diante de um paradoxo semântico.

Observamos que a lista de paradoxos contra-intuitivos e antinomias (paradoxos propriamente ditos, sintáticos e semânticos) que acabamos de enunciar, de modo algum esgota a extensão dos paradoxos que se pode encontrar na literatura[43]. O que se tem em vista, aqui, é tão somente esclarecer à idéia do que seja efetivamente o problema da inconsistência em ciência, suas possíveis "soluções" e conexões com a racionalidade. Assim, os paradoxos contra-intuitivos indicados em (i) não representam nenhuma dificuldade maior à epistemologia da ciência, ou a uma teoria da racionalidade científica, por não envolverem nenhuma contradição lógica[44]. Entretanto, podemos identificar pelo menos três atitudes epistêmicas frente aos paradoxos em ciência, na acepção apresentada em (ii), a saber: (1) a inconsistência é tolerada temporariamente, e é vista como a expressão de uma falta de conhecimento temporário, devido à incompletude ou erro da teoria. A solução ou superação da 'inconsistência' é neste caso inerente ao desenvolvimento da (teoria) ciência. Neste caso a teoria apresenta ganhos ao conhecimento científico que não permitem que seja abandonada por completo, mas deve ao menos ser modificada, no sentido de se evitar o inconveniente paradoxo – o irracional em ciência é

[42] Todo subconjunto de números naturais tem um menor elemento.
[43] Para uma lista pormenorizada sugerimos o seguinte endereço http://en.wikipedia.org/wiki/Paradox
[44] Embora estes possam ter alguma relevância numa reflexão sobre o caráter contra intuitivo da ciência moderna, por exemplo, das geometrias não-euclidianas, da relatividade e da mecânica quântica e mesmo de certos aspectos das lógicas não-clássicas.

encarado como obstáculo a ser superado (*Cf.* Granger, G.G. [63] parte I). (2) A inconsistência representa um erro intolerável numa estrutura teórica que se pretenda científica por seu aspecto de irracionalidade. Assim, a teoria deve ser abandonada ou substituída (esta seria a postura, por exemplo, de Poincaré e Kronecker frente à Teoria intuitiva de Conjuntos de Cantor); (3) Inconsistências podem não apenas ser toleradas temporariamente, mas também, em certas situações teóricas, são desejáveis porque permitem vislumbrar estruturas que um modelo mais rígido de racionalidade científica não permitiria – neste sentido a inconsistência pode ser encarada ou como um recurso à irracionalidade (*Cf.* Granger, G.G. [63] Capítulos 4 e 5) ou como uma ampliação da própria noção de racionalidade científica (nossa tese como veremos adiante). No que diz respeito às tentativas de "solução" ou "superação" ou mesmo "aquiescência" dos paradoxos devemos ainda considerar dois aspectos: um técnico-formal em sentido mais geral, e outro filosófico.

Sob o ponto de vista estritamente formal, existem pelo menos duas alternativas para se "contornar" as antinomias como acima apresentadas:

i) Alterar a lógica subjacente e manter certos resultados, aparentemente anômalos da teoria, com objetivo de vislumbrar toda sua fecundidade;
ii) Alterar certos aspectos da teoria, restringindo sua fecundidade original, e manter a lógica subjacente com a finalidade de assegurar sua "racionalidade".

Sob o ponto de vista filosófico devemos considerar as duas seguintes questões, tendo em vista as três posturas frente aos paradoxos como acima indicado:

i) É possível admitir teorias científicas inconsistentes? Em que sentido?
ii) É racional admitir teorias inconsistentes?

Nosso propósito, no que diz respeito à primeira questão suscitada, consiste precisamente em debater o problema da racionalidade científica a partir da constatação da existência de teorias científicas inconsistentes e, nesta oportunidade, apresentar um modelo de racionalidade que acomode de forma adequada racionalidade e inconsistência tanto de um ponto de vista técnico-formal quanto filosófico.

Tendo forjado alguns esclarecimentos a propósito do problema da inconsistência em ciência, seu sentido, suas possíveis estratégias de "solução" e vínculos com o problema da racionalidade, vamos nos ater no que segue a alguns comentários em torno de nosso segundo problema, ou seja, o problema da mudança de teorias em ciência e suas conexões com as noções de progresso científico e racionalidade.[45]

Pode-se constatar através de um exame, ainda que superficial, da história da ciência, que teorias científicas que permanecem, por muito tempo, satisfatórias e férteis são substituídas por teorias novas. A questão atinente ao desenvolvimento da ciência e de sua racionalidade aqui é a seguinte: novas teorias são melhores em que? Que sentido dar a noção de progresso em ciência relativamente ao câmbio de teorias? Para muitos pesquisadores e filósofos, as ciências se distinguem de outros domínios da cultura por seu caráter eminentemente progressivo[46]. Em contraste com a religião, a arte ou a política, a ciência possuiria critérios mais rígidos para identificar melhorias e avanços. Como já observou o historiador da ciência George Sarton, "a aquisição e a sistematização do conhecimento positivo [científico] são as únicas atividades humanas que são verdadeiramente cumulativas e progressivas" (*Cf.* Niiniluoto, I. [104], p. 159). Entretanto, a noção de progresso não é unívoca como se poderia supor, e pode ser encarada sob diversos aspectos, quando considerado a partir do conhecimento científico,[47] e envolve intrincadas questões filosóficas relativas, por exemplo, ao debate entre teses realistas e anti-realistas sobre o conhecimento científico. Deste modo, o conceito de progresso em ciência pode ser entendido sob diferentes perspectivas, entre as quais vale a pena destacar as seguintes: (i) relativamente à capacidade que a ciência possui de implementar novas tecnologias que permitem incrementar o bem estar humano e as condições de vida, ou mesmo prever fenômenos – a ciência aplicada neste sentido permite cada vez mais um controle prático da natureza, transformando por completo a relação do homem com seu

[45] É usual entre os teóricos de a ciência distinguir entre duas formas de abordagem dos problemas epistemológicos da ciência: uma sincrônica, em que são desconsiderados aspectos históricos da ciência, e outra, diacrônica em que estes aspectos são levados em conta. Embora esta distinção tenha finalidade meramente didática, é bastante útil, tendo em vista que nosso segundo problema, relativo à mudança de teorias, se aproxima de um ponto de vista diacrônico da epistemologia da ciência.

[46] Exemplo típico disso é a postura de Kant que, ao tratar da possibilidade do conhecimento científico na *Crítica da Razão Pura* e nos *Prolegômenos*, observou o caráter eminentemente progressivo da ciência da natureza e da matemática frente à metafísica (*Cf.* Kant, I. [74] p.10-11, [75] p. 24).

[47] Não faremos aqui uma abordagem exaustiva da noção de progresso em ciência, mas nos limitaremos a alguns aspectos que consideramos mais relevantes para aclarar nosso problema. Para maiores detalhes, sugerimos o livro de Niiniluoto *Is science progressive?* [104], que utilizamos como uma de nossas principais referências à questão.

meio. Em certo sentido, esta é a imagem de progresso científico usualmente partilhada pelos homens sem treino científico ou interesse teórico, em outras palavras, pelo senso comum. (ii) Quando considerado de um ponto de vista estritamente cognitivo, a noção de progresso científico pode ser entendida por: acumulo de saber (verdades sobre o mundo), ou ainda, uma aproximação contínua da verdade a respeito de um domínio da realidade, que acarrete uma *extensão* de um campo do conhecimento, ou uma *precisão* maior dos instrumentos teóricos e técnicos, ou ainda, por uma *compreensão* melhor do contorno.

A idéia de progresso por acúmulo linear de saber tem suas origens entre os pensadores dos séculos XVI e XVII, e está relacionada ao otimismo epistemológico de empiristas clássicos (F. Bacon) e racionalistas (R. Descartes), que entendiam (embora de diferentes maneiras) que a aplicação de um especial método de investigação da realidade garantiria à ciência o desenvolvimento pelo acúmulo de verdades[48] sobre o mundo. O progresso e a racionalidade científica, deste ponto de vista, significariam a adição de novas verdades ao corpo de verdades já bem estabelecidas (verdades universalmente válidas e necessárias e, portanto, inabaláveis) . Evidentemente, este modo tradicional de encarar o desenvolvimento da ciência como um processo contínuo, cumulativo e linear de verdades a propósito do mundo está intimamente conectada a uma espécie de realismo ingênuo, e foi duramente criticado por filósofos e cientistas posteriormente. Esta abordagem notadamente ganhou nova roupagem ao longo do tempo, em particular merece destaque Kant, para quem a ciência da natureza é eminentemente progressiva, em contraste com a metafísica (*Cf.* Kant, I. [75], p.31.) Também Carnap em *Logical Structure of the Word* (*Cf.* Carnap, R. [20]), ao procurar arquitetar uma metodologia da confirmação de teorias, pode ser associado à idéia de um progresso científico cumulativo. Assim, uma vez verificada, uma proposição ou teoria científica não poderia estar mais sujeita a dúvida, representando um ganho cognitivo. É por meio de verificações que o progresso cumulativo do conhecimento pode ser afiançado.

Tradicionalmente, o progresso científico também foi visto como uma progressiva aproximação da verdade. Deste modo, o conhecimento científico não é mais encarado

[48] Vamos partir do pressuposto, numa primeira aproximação, de que a noção de verdade aqui é a noção clássica de verdade como correspondência. Deste modo, se as sentenças de uma teoria são verdadeiras, diremos por abuso de linguagem que a teoria é verdadeira se o que ela diz a respeito do mundo é o caso (a uma adequação entre teoria e contorno), caso contrário, uma teoria será falsa se o que ela diz não é o caso, ou seja, a uma inadequação entre teoria e contorno. Esta concepção é usualmente chamada de bivalente, isto é, uma teoria científica é verdadeira ou falsa.

como alforje em que a história da ciência deposita as "verdades" colhidas do mundo com o passar do tempo, mas é visto como sujeito a correção, e as verdades pretendidas, como possivelmente provisórias ou sujeitas a aperfeiçoamentos. Não se trata, pois, de estabelecer qualquer verdade definitiva a propósito do contorno, mesmo porque isto talvez não seja possível, mas de uma aproximação contínua em que a verdade como correspondência se estabelece como ideal regulador. Assim, a relatividade restrita, ao mesmo tempo em que dá conta da grande precisão da balística newtoniana no lançamento de satélites, também explica a inadequação da dinâmica clássica para descrever a balística das partículas atômicas a velocidades próximas a da luz.

Nesta mesma linha, mas contrariamente à tradição cumulativista do progresso científico, Popper[49] propõe que o progresso científico ocorre por conjecturas, provas e refutações. De acordo com este autor, o conhecimento não se dá pela confirmação de teorias a partir de um conjunto de dados empíricos, mas só ocorre pela formulação de hipóteses, conjecturas, por vezes ousadas, que têm por propósito último estabelecer para nós uma imagem de como deve ser o mundo[50]. Popper afirma que o objetivo fundamental da ciência é obter teorias verossímeis[51], isto é, sempre mais próximas da verdade, entendida como ideal regulador como já dito no parágrafo anterior. Assim, uma teoria T_2 é melhor ou mais verossímil do que T_1 quando todas as conseqüências verdadeiras de T_1 são conseqüências verdadeiras de T_2 e quando as conseqüências falsas de T_1 são conseqüências verdadeiras de T_2. Deste modo, admitindo que o conteúdo de veracidade (as conseqüências verdadeiras) e o conteúdo de falsidade (as conseqüências falsas) de duas teorias quaisquer T_1 e T_2, possam ser comparados, podemos afirmar que T_2 é mais adequada, ou seja, corresponde melhor aos fatos do que T_1 se e somente se: (i) O conteúdo de verdade, mas não seu conteúdo de falsidade, de T_2 supera o de T_1; ou (ii) o conteúdo de falsidade, mas não o conteúdo de verdade, de T_1 supera o de T_2.

Em outras palavras: mesmo não havendo possibilidade de estabelecer a verdade definitiva de uma teoria T_2, é possível defender racionalmente que ela representa um

[49] K.R. Popper discute a noção de progresso científico em diversos textos, destacamos particularmente neste trabalho *Logic of scientific Discovery* [117] e *Conjectures and Refutations* [115]. Vamos discutir o que neste parágrafo apresentamos de forma esquemática com detalhe em nosso último capítulo.

[50] K. R. Popper põe em destaque o fato de que "todo o nosso conhecimento é impregnado de teoria, inclusive nossas observações" (*Cf.* Popper, K.R. [116]).

[51] É na discussão de noções com verossimilhança, ou aproximação da verdade, e a atividade crítica da ciência, que Popper trata do progresso científico.

progresso cognitivo em relação a T_1, quando explica todos os fenômenos já corroborados por T_1 (conteúdo de verdade) e os problemas ou limitações de T_1 (conteúdo de falsidade) além de explicar fenômenos sobre os quais T_1 não se manifesta. Para Popper isto ocorre, por exemplo, entre a Teoria da Relatividade Geral e a Teoria da Gravitação Universal. Esta constitui uma aproximação da primeira a velocidades que não sejam próximas à velocidade da luz e em campos gravitacionais relativamente fracos. Na mudança de teorias, cumpre ressaltar o papel da atividade crítica para Popper. Segundo ele, o método da ciência e que caracteriza sua racionalidade e natureza progressiva é a discussão crítica do conhecimento. Assim, a história da ciência tem demonstrado que teorias, durante muito tempo aceitas e corroboradas pelos fatos, acabam se mostrando problemáticas em muitos pontos, na medida em que, sujeitas as severas críticas, marcadas pelas sucessivas tentativas de refutação.

Thomas Kuhn juntamente com uma constelação de outros pensadores, entre os quais vale lembrar Feyerabend, N.R. Hanson e A. Koyré, entre outros, a partir dos anos 60 representou uma alteração profunda em noções como racionalidade e progresso científico, que marcaram definitivamente a epistemologia pós-popperiana. Para este autor, tanto a noção de progresso científico cumulativo, quanto à idéia de progresso por aproximação da verdade por refutações estão simplesmente equivocados.

Kuhn, ao criticar a historiografia e a epistemologia da ciência tradicional, propõe uma nova forma de encarar o conhecimento científico e seu desenvolvimento. Ao que tudo indica, ele reivindica uma compreensão mais clara do desenvolvimento científico e procura mostrar, entre outras coisas, como fatores psicológicos e sociológicos interferem no desenvolvimento científico, que não se processa de forma linear e contínua, mas por revoluções. Podemos dizer que, para Kuhn, grosso modo, a ciência segue o seguinte modelo de desenvolvimento: uma seqüência de período do que ele chama *ciência normal*, nos quais a comunidade científica adere a um *paradigma*, marcado pelo consenso, interrompido por *revoluções científicas* (ciência extraordinária), marcadas por anomalias ou crises no paradigma dominante, que culminam com sua ruptura que dá margem a um novo paradigma.

O surpreendente na proposta kuhniana, e que chocou muitos cientistas e filósofos, dito aqui de forma muito resumida, é que uma revolução científica, na qual surge uma nova tradição de ciência normal, está longe de ser um processo cumulativo, obtido através de uma articulação do velho paradigma. É, antes, uma completa reestruturação de uma área de investigação científica, em que novos princípios alteram completamente algumas das generalizações teóricas mais elementares do paradigma, bem como muitos de seus métodos de investigação. A emergência de um novo paradigma é, sobretudo, um processo psicológico, do qual a razão é coadjuvante. É um processo que envolve a persuasão e não a prova. Cientistas abraçam um novo paradigma por uma espécie de conversão religiosa inteiramente fora da esfera da ciência conforme alguns críticos de Kuhn. (*Cf.* Stegmüller, W. [142] 369)

Kuhn acredita que o cientista, ao adotar um novo paradigma, o faz em parte por ter fé na capacidade do mesmo resolver problemas com que se defronta, ciente apenas de que o paradigma anterior fracassou em algum deles. A crise instaurada no paradigma anterior é condição necessária mas não suficiente para que ocorra a conversão. É fundamental a existência de fé no novo paradigma, embora não tenha necessidade de ser nem racional, nem correta. Em alguns casos, somente considerações estéticas e pessoais são suficientes para uma conversão.

Naturalmente, Kuhn foi acusado, de diversas formas, por seus opositores, como Popper e Lakatos, entre outros, de traçar uma imagem irracional da evolução da ciência. Veremos adiante com melhor detalhamento as idéias de Kuhn e de seus críticos a propósito da noção de progresso científico. Vale notar, porém, que ao que tudo indica Kuhn de fato exige para a ciência uma nova forma de perceber a racionalidade.

Em síntese: podemos concluir que a noção de progresso científico e suas conexões com a racionalidade não são imediatas. Chamamos a atenção para pelo menos três formas em que o conceito de progresso é tradicionalmente aplicado à ciência:

i. O desenvolvimento da ciência é racional e associado à aquisição de verdades sobre o mundo, de tal sorte que seu progresso ocorre de forma linear e cumulativa.

ii. O desenvolvimento da ciência é racional e seu progresso ocorre por conjecturas, provas e refutações que conduzem a verdade como um ideal regulador.
iii. O desenvolvimento da ciência ocorre por revoluções, isto é, rupturas radicais de paradigma.

As três acepções em que a noção de desenvolvimento científico, e suas conexões com a racionalidade acima indicadas, dão-nos uma idéia preliminar da dificuldade em se estabelecer qualquer precisão dessas noções. Elas serão por nós tratadas por alto, na parte final deste trabalho, relativamente à noção de quase-verdade proposta por Newton da Costa.

1.3. Vias de abordagem: a filosofia científica de Newton C. A. da Costa

> "Nossa atitude, frente a tais problemas, será positiva e crítica; noutras palavras, trataremos de enquadrar nossas perquirições dentro das fronteiras da chamada *filosofia científica* (rigorosa ou positiva)."
> (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p.5)
>
> "Pero la presencia de fórmulas indica que la filosofía ha pasado de la especulación a la ciencia".
> (*Cf.* Reichenbach, H., [128], p. 284)

Na seção anterior, discutimos em pormenor as questões centrais de nosso trabalho, procurando lhes dar alguma precisão, indicando em que sentido elas serão por nós discutidas; no que segue, vamos aventar o modo como vamos abordá-las. De fato, vamos tratar de expor e discutir nesta seção as idéias de Newton da Costa a respeito do que ele chama filosofia científica.[52]

Via de regra, as questões centrais da filosofia parecem ser as mesmas que ocuparam os pensadores gregos antigos, que deram início ao que podemos caracterizar como a

[52] Nossas principais referências nesta seção serão da Costa [28] e [33].

tradição intelectual do Ocidente de tratar os problemas de modo racional.[53] As soluções dos problemas fundamentais do homem não deveriam ser tratadas única e exclusivamente pelos mitos ou pelas crenças religiosas, mas poderiam ser submetidas à investigação crítica e argumentação lógica e em certa medida à observação e experimentação.[54] Estas questões dizem respeito, por exemplo, à constituição básica e às leis fundamentais do universo, isto é, aos problemas cosmológicos; os éticos-políticos sobre a existência ou não de normas ou padrões para a ação; ou, os da lógica e teoria do conhecimento, que se relacionam com o modo como realizamos inferências, o grau de certeza e confiança de nosso conhecimento.

Diante dessas questões, as tentativas de sistematização filosófica usualmente se estabeleceram como aquilo que se modifica com o passar do tempo, sem possibilidade aparente de uma resposta unívoca que, no dizer de Kant, realize o acordo dos espíritos. Emerge daqui o ponto de vista popular da filosofia como uma eterna contemplação de problemas insolúveis ou um esforço eternamente fadado ao fracasso em solucionar questões que ultrapassam os limites das capacidades racionais humanas.

Esta imagem comum da filosofia, relativamente à constância de seus problemas fundamentais, simultaneamente com a permanente mudança das soluções, não é totalmente incorreta, especialmente quando consideramos certas questões filosóficas e métodos de abordagem. De fato, muitos problemas filosóficos da atualidade guardam certa semelhança com questões do passado filosófico, que encontramos em pensadores como Descartes, Hume e, talvez muitos antes, em Platão e Aristóteles. Porém, tal aspecto não pode ser tomado como absoluto, haja vista que a filosofia de hoje foi fortemente afetada pelos desenvolvimentos da ciência contemporânea, e tal fato não pode ser negligenciado quando da colocação de certos problemas em que as ciências especiais têm algo a dizer. Assim, a filosofia hodierna foi marcada por mudanças radicais na colocação de problemas e na forma de solucioná-los, pelo menos em algumas de suas áreas de interesse. "Muitos dos '*eternos e velhos problemas*' por vezes desapareceram por completo – em parte como supérfluos, em parte como absurdos ou simplesmente como erroneamente colocados". (*Cf.*

[53] Para detalhes sugerimos a leitura de Bronowski, J. & Mazlish, B. *A Tradição Intelectual do Ocidente* [14].

[54] Embora a "ciência grega" seja usualmente vista como não comprometida com a experimentação (pelo menos no sentido que estes termos ganham com a ciência moderna), pode-se dizer que este modo de perceber a ciência grega não seja unânime entre os historiadores da ciência. (*Cf.* Harré, [68] p.31, Cohen, I.B. [23] p.30-31) Assim, existem relatos de diversos "experimentos" realizados por Aristóteles, Arquimedes, Ptolomeu, Hiparco, entre outros.

Stegmüller, W. [145], p.2.). Parece que não levar em conta este fato seria simplesmente proceder de forma anacrônica.

De qualquer modo, na filosofia de hoje, como na do passado, ainda encontram-se problemas de natureza diversa, que vão desde questões relativas à ética e a política, passando pela lógica e fundamentos da física e da matemática. O que de fato mudou, para os filósofos do presente, é o modo como estas questões podem ou não ser abordadas relativamente aos desenvolvimentos das ciências particulares. Assim, segundo Newton da Costa, os problemas filosóficos podem ser classificados, grosso modo, em duas categorias: as de natureza especulativa e as de natureza científica. Em certa medida, poderíamos afirmar que estas últimas são aquelas que, de alguma forma, foram afetadas pelos resultados das ciências especiais em oposição às primeiras.

Evidentemente, que a rigor uma distinção nítida entre problemas filosóficos de natureza especulativa e científica não é exeqüível, contudo, podem ser esboçadas, em linhas gerais, certas características da forma como estes problemas são abordados, ou seja, o método empregado para resolvê-los. "Assim sendo, o mesmo problema pode ser focalizado sob prismas diferentes, ora se constituindo em questão de índole científica, ora de índole especulativa. Isto não quer dizer, todavia, que não existam temas que não sejam tipicamente especulativos nem assuntos que se enquadrem apenas na classe dos tópicos científicos." (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p. 6).

Para da Costa, um problema filosófico tem caráter científico na medida em que se procedeu cientificamente ao abordá-lo, o que pode ser patenteado pelos seguintes traços gerais por ele indicados, relativamente ao emprego de procedimentos científicos em filosofia:

- Na formulação de problemas filosóficos e mesmo na solução (mesmo que aproximada), o pesquisador deve adotar, em sentido estrito, atitude idêntica a do cientista. Assim, o procedimento do filósofo ao fazer filosofia científica se distingue do cientista tão somente pela generalidade do domínio de investigação. Em particular, a verdade em filosofia científica, como nas ciências especiais, é atingida em etapas sucessivas, por aproximação e, de qualquer forma, sempre sujeita a revisão.

- Os conhecimentos proporcionados pela filosofia científica, ou se referem à ciência propriamente dita, como objeto de estudo, ou se limitam à prática da análise crítica, isto é, ao esclarecimento de conceitos, pressupostos teóricos e certas situações complexas. Não cabe à filosofia fazer qualquer tipo de afirmação em relação a qualquer domínio da realidade natural ou social, estas são tarefas das ciências especiais.
- No seu labor cotidiano, o filósofo-cientista deve adotar posição de independência no tocante às relações de sua investigação e a práxis política, a religião ou mesmo as questões de ordem especulativa e a qualquer outra forma de atividade humana que não esteja associada à ciência.
- A filosofia científica está intimamente relacionada à problemática relativa às diversas ciências particulares cabendo-lhe investigar, como domínio próprio, a lógica, a teoria da ciência e as questões de fundamento.

Ao se afirmar que o filósofo deve tomar atitude idêntica ao do cientista quando faz filosofia científica, da Costa supõe que a atitude científica seja mais ou menos patente, embora difícil de determinar com rigor, já que estes variam com a evolução da própria ciência. De qualquer forma, uma característica fundamental da atividade científica, para ele, está em seu caráter objetivo, ou seja, o investigador em ciência aceita certos critérios, alguns implicitamente, que regulam a pesquisa, e que servem para testar resultados obtidos de forma intersubjetiva. Outro aspecto, que não pode ser negligenciado, relativamente à atitude científica, diz respeito às fontes do conhecimento, que são a experiência (considerada cientificamente) e as estruturas matemáticas, tidas como instrumentos indispensáveis. Não são admitidas neste caso como fonte de saber científico, quaisquer formas de adivinhação ou especulação.

Segundo da Costa, na filosofia científica desempenha papel fundamental a reflexão analítica e crítica, não cabendo à filosofia qualquer tipo de investigação a respeito de qualquer domínio pertencente às ciências positivas. De qualquer forma, a despeito de que as ciências especiais e a teoria da ciência, para nosso autor, envolverem tudo o que positivamente podemos conhecer, a filosofia científica possui conteúdo. Assim, deixando de lado a análise, o objeto próprio da filosofia científica é a teoria da ciência, que se desenvolveu a partir da própria investigação filosófica, particularmente a partir dos modernos métodos da teoria da linguagem; numa palavra, da semiótica.

A partir do que foi dito acima, podemos resumir dizendo que a filosofia científica possui duas dimensões, uma construtiva ou sistemática, quando encarada como teoria da ciência, e outra analítica, quando vista como atividade análise crítica.

Cabe aqui a seguinte questão: que resultados positivos podem ser elencados como efetivamente alcançados pela filosofia científica? Da costa assinala pelo menos quatro elaborações teóricas que ajudam a entender o significado e a importância de uma filosofia científica: primeiro, os trabalhos de Tarski a propósito do conceito de verdade e a teoria das descrições de Russell, que indicam claramente a relevância do uso de linguagens formalizadas para uma filosofia científica. Outros exemplos, aventados por ele, dizem respeito às investigações histórico-críticas de Mach sobre os fundamentos da mecânica de Newton e as reflexões de Poincaré e Enriques sobre as noções de espaço e de tempo. Estes dois últimos exemplos, lembram outros dois aspectos da filosofia científica, que são: a importância da exemplificação histórica e a construção de modelos hipotéticos, comum aos trabalhos, por exemplo, de Poincaré sobre a noção de espaço.

Confessadamente, no que diz respeito à filosofia, a conceituação proposta de filosofia científica tem caráter exclusivamente metodológico.

Cabem a partir daqui algumas considerações atinentes às relações entre filosofia científica e filosofia especulativa. Para da Costa, embora alguns pensadores possam esperar que por meio de uma filosofia científica, seja possível demonstrar a invalidade de perquirições especulativas, esse não é o caso. Segundo ele, a filosofia científica trata somente de problemas originados pelas ciências especiais, ou analisa questões muito vastas, com a finalidade de aclarar situações dúbias ou complexas, às vezes, evidenciando que elas não constituem propriamente questões de índole científica, ou que não podem ser resolvidas por métodos científicos. Assim, o máximo que se pode concluir é que determinados problemas não pertencem ao escopo da investigação científica. Conforme da

Costa, a filosofia científica, para negar a filosofia especulativa, teria de se converter em especulação não científica.

Outro aspecto que merece atenção é o que diz respeito à distinção entre conceitos de caráter especulativo e conceitos tipicamente filosófico-científicos. Assim, em filosofia científica faz-se uso de conceitos científicos em sentido amplo. Por exemplo, conceitos como *teoria*, utilizado em física, *vida*, tal como empreendido na biologia e *estrutura* em matemática, são noções que, embora, o cientista, em sua faina diária, não os utilize diretamente, fazem parte de seu *métier*. Já termos como "*alma*" na filosofia de Hegel e "*ímpeto vital*" para Bérgson, possuem evidentemente nuances especulativas. Vale lembrar, porém, que há termos empregados ao mesmo tempo em ciência e especulação. Este é o caso de termos como "*vida*", "*causa*" e "*energia*". Reichenbach no livro *La Filosofia Cientifica*, tece duras críticas à filosofia especulativa, ilustrando um texto de caráter especulativo, em que comparecem termos comumente encontrados em ciência: "A razão é substância, assim como força infinita. Sua própria matéria infinita sustenta toda a vida natural e espiritual, assim com a forma infinita, que põe a matéria em movimento. A razão é a substância de que todas as coisas derivam seu ser". (*Cf.* Reichenbach, H., [128], p. 13)

A partir do que observamos no parágrafo anterior, parece difícil uma distinção clara entre conceitos de caráter especulativo e científico. Segundo da Costa, a única resposta aceitável neste caso é a seguinte: a distinção entre conceitos científicos e especulativos depende da história da ciência. "Num determinado momento dessa história, há conceitos que são claramente tidos como científicos, há os que são, além de qualquer dúvida, especulativos e existem, também, os que se tem dificuldade de classificar, por falta de critérios plausíveis, o que acarreta a falta de unanimidade no tocante à sua natureza". (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p. 11). Cumpre observar, ainda, "que um conceito que depois de passar por uma fase científica, pode ser enquadrado entre as idéias especulativas e, enfim, voltar a ter status científico." (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p. 11).

Dado o que foi dito nas linhas anteriores, conclui-se que a distinção entre conceitos especulativos e científicos não é nítida, embora tenha sua legitimidade e relevância, na proporção que permite balizar, entre limites, os campos próprios da filosofia científica e da filosofia especulativa.

De acordo com da Costa, não basta detalhar, como feito acima, a atitude espiritual que norteia a filosofia científica. Torna-se imperativo esclarecer, mesmo que por alto, os métodos particulares de que a filosofia cientifica dispõe para atingir seus objetivos. Assim, ele aponta os seguintes como fundamentais: 1. a análise semiótica; 2. o recurso às ciências especiais; 3. a exemplificação histórica; 4. a elaboração de modelos hipotéticos.

A análise semiótica pode ser efetuada em duas frentes: uma rigorosa, pela utilização de linguagens formalizadas, em que a natureza do objeto exige ferramentas mais apropriadas, e outra, sem o expediente de linguagens formais, cuja finalidade é a análise de termos e estruturas lingüísticas, tanto da linguagem comum quanto da linguagem da ciência, com o objetivo de esclarecer o sentido de conceitos vagos, que comparecem em certas estruturas teóricas. Notadamente, "a importância da análise, do ponto de vista racional, advém da conexão (...) que existe entre razão e linguagem" (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p. 13).

O recurso a disciplinas científicas especiais é evidente, tendo em vista a própria significação da filosofia científica delineada. Assim, as ciências especiais constituem verdadeira fonte de recursos à filosofia científica, seja em seus aspectos puramente analíticos, seja em sua dimensão construtiva. Por exemplo, no trato de certos conceitos como de *espaço*, a filosofia não pode prescindir das contribuições de ciências especiais – haja vista, a existência de diversas acepções em que esse conceito é empregado, e que nem sempre coincidem – como na física, na geometria e mesmo na fisiologia, psicologia ou geografia. De mais a mais, a ciência, desde suas origens mais remotas, sempre tem levantado problemas à filosofia que, por sua vez, naturalmente também pode contribuir à ciência, provavelmente não de forma direta como talvez exija Steven Weinberg em *Dreams of a Final Theory*,[55] mas de modo indireto, pelo esclarecimento de conceitos e pressupostos teóricos, e por seu caráter eminentemente crítico.

A exemplificação histórica constitui outro método que permite ao filósofo cientista desenvolver suas atividades de análise crítica e elaboração teórica a propósito da ciência. Assim sendo, no fito de investigar, por exemplo, certos conceitos que importam à teoria da ciência, como o de lei natural, o filósofo deve apelar, em certas circunstancias, à história da

[55] S. Weinberg afirma em *Dreams of a Final Theory* [152] que não há nenhum exemplo de contribuição da filosofia à ciência.

ciência, tratando de constatar como esta noção se modificou com o passar do tempo. Acertadamente observa da Costa que a noção de lei natural, à época de Kepler, é bastante díspar da hodierna, e o resgate das diversas acepções em que tal expressão comparece na história da ciência pode contribuir para a dissipação de certos equívocos comuns no uso desse conceito, entre outras coisas.[56]

Para concluir, em filosofia científica faz-se uso de método da construção de modelos hipotéticos. Da Costa elucida: "Poincaré, por exemplo, empregou-o com freqüência; para mostrar a possibilidade real do uso das geometrias não-euclidianas, na sistematização da experiência, imaginou mundos hipotéticos e logicamente possíveis, satisfazendo condições tais, que os seres que neles habitassem seriam naturalmente conduzidos a criar uma geometria não euclidiana, ao contrário de nós. Por outro lado, Einstein, como se sabe, repetidamente se valia desse método com a finalidade de fixar idéias e tornar mais intuitivas suas concepções". (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p.15). Destarte, o método de construção de modelos, além de aclarar certas concepções confusas, constitui excelente ferramenta na elucidação de questões intrincadas, bem como constitui processo fornecedor de contra-exemplos, para patentear que determinadas posições acham-se ou não destituídas de fundamento.

Abertamente, a filosofia científica constitui-se basicamente em método de abordagem de certos problemas filosóficos conectados, particularmente, em ciência e na teoria da ciência; não se opõe, portanto, a rigor, à existência da especulação, mesmo por que é muito difícil uma nítida distinção, entre problemas filosóficos e mesmo científicos, de natureza especulativa e científica; simplesmente se procura distinguir, entre certos limites, que tipos de problemas podem ter mais claramente abordagem que se aproxima das ciências especiais e quais não, embora, isso seja algo difícil em certas ocasiões, como ficou evidenciado nas proposições acima. Também contribui para prover, segundo nosso ponto de vista, o filósofo de um recurso inestimável na investigação que evite certa espécie de divagações que não teriam valor objetivo. Trata-se, sobretudo, de reaproximação inestimável entre o modo de investigação característico da ciência (ou da atitude científica)

[56] Da Costa faz notar que embora a história seja uma ciência especial, (em certa acepção) toma-a em separado das demais pelo seguinte motivo: enquanto o método de exemplificação histórica contribui apenas indiretamente para a elucidação de problemas da filosofia científica, as demais ciências particulares contribuem diretamente e de forma construtiva para aquela, ou seja, a história só pode elucidar certos conceitos, enquanto as demais ciências especiais fornecem elementos para a edificação de conceitos da filosofia científica (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p. 15).

e da filosofia enquanto referencial da reflexão crítica. Vale observar, que de um ponto de vista da filosofia científica, a atividade científica não se constitui apenas pela análise crítica e elucidação de certos conceitos, mas também pode e deve promover avanços teóricos que não interessam somente ao filósofo, mas ao cientista interessado nas questões de fundamento de sua ciência.

1.4. Relevância filosófica

> "É mais fácil praticar a ciência do que entendê-la. É mais fácil ser um físico e adquirir um conhecimento correto da física do que explicar exatamente o que alguém faz quando pratica a física."
> (*Cf.* Von Weizsäcker, *apud* Krause, D. [80] p.3)

A racionalidade da ciência tem sido objeto de investigação filosófica, desde que a ciência moderna de Galileu, Kepler e Newton, entre outros, se estabeleceu. Assim, como já observamos anteriormente, diversos teóricos têm tratado de sua caracterização em diversas frentes de trabalho. De fato, presentemente uma extensa literatura tem se avizinhado do tema. Não obstante, as investigações mais recentes terem trazido alguma contribuição ao entendimento do que seja a racionalidade científica, não têm atinado usualmente, segundo nosso ponto de vista, para algumas questões aparentemente periféricas que, afetam decisivamente o modo como poderíamos entender a racionalidade científica, em especial, a partir de certas transformações mais recentes no quadro da investigação científica, dentre as quais poderíamos citar, o desenvolvimento de lógicas ditas não-clássicas, particularmente as chamadas lógicas heterodoxas e, talvez, de forma mais premente, os desafios postos pela microfísica à racionalidade.

Destarte, parece lícito dizer que, embora no decorrer da história da filosofia o problema da racionalidade tenha sido quase sempre uma constante, talvez seja necessário, de tempos em tempos, à luz de conhecimentos científicos mais amplos, e mais rigorosos desenvolvimentos teóricos, reconsiderarmos o assunto, com vista à solução de problemas pontuais, nos quais a investigação científica e filosófica promoveu avanços que podem incrementar nosso entendimento sobre a racionalidade científica. Esse, claramente, é o caso das questões aqui aventadas. Na verdade, muitas questões importantes da filosofia da ciência, só podem ser colocadas explicitamente, quando consideradas de um ponto de vista dos avanços da própria ciência. Assim, um ponto parece claro: as discussões filosóficas a propósito da racionalidade não podem ser feitas com real proveito ignorando-se os modernos desenvolvimentos técnicos da própria ciência.

Ao considerarmos a relevância filosófica de uma investigação sobre a racionalidade científica, particularmente atinente às questões por nós tratadas; podemos considerar pelo menos sua importância em duas frentes: uma filosófica e outra científica. De um ponto de vista filosófico, podemos ainda considerar como estas questões se associam a problemas da própria teoria da racionalidade e/ou a outras questões pertinentes a teoria da ciência, como as noções de verdade, conhecimento, justificação, etc. No que diz respeito à ciência, importa considerar em que proporção este tema pode iluminar certos pontos mal compreendidos da produção e desenvolvimento da ciência, como a aceitação e o uso de teorias inconsistentes e lógicas distintas da clássica para fundamentar tais teorias, além da própria noção de progresso científico, por nós discutida no capítulo final.

No que diz respeito às questões pontuadas neste trabalho, isto é, o das relações entre racionalidade de paraconsistência, e racionalidade e progresso científico, interessa considerar, a propósito de uma teoria da racionalidade, primeiro, que a exigência, a todo custo, de consistência em ciência, parece carcomer esta pela irracionalidade. Segundo, revela uma história do desenvolvimento da ciência impregnada pela descontinuidade e rupturas, em que a noção de progresso parece perder completamente o sentido.

Por outro lado, investigar a estrutura da racionalidade científica, relativamente à teoria da ciência, e toda uma gama de noções a esta atrelada, pode contribuir para esclarecer como certas categorias como ‘verdade’, ‘conhecimento’, ‘crença’ e ‘inferência’ se relacionam com a atividade científica, quando considerada referencial do pensamento racional. De fato, cremos que não se pode tratar de tais noções em teoria da ciência, usualmente supostas pela atividade científica, sem se pressupor explícita ou implicitamente a idéia de racionalidade. Desta conta é que se estabelecem expressões como ‘inferência racional’, ‘conhecimento racionalmente constituído’ ou ‘crença racional’. A análise crítica dessas noções claramente interessa ao filósofo e mesmo ao cientista interessado em questões de fundamento.

Embora, esmagadora maioria dos cientistas, talvez preocupados com os desenvolvimentos técnicos de sua especialidade, não costume dar as questões fundamentação teórica e filosófica de sua atividade, senão apenas uma atenção passageira e superficial, é patente que tais questões têm relevância geral. Alguns desses cientistas pode mesmo dizer que estes 'problemas' não passam de confusos pseudoproblemas, e que se trata de desnorteada confusão filosófica. A observação parece exagerada. Muitas perplexidades filosóficas originadas da investigação sobre os fundamentos da ciência, de fato, podem ser simples erros de interpretação; porém, algumas questões, como a da própria racionalidade científica, são problemas sérios do ponto de vista intelectual, e estão longe de ser apenas mal entendidos de fácil eliminação. Tais questões merecem alguma atenção, não podendo ser simplesmente ignorados sumariamente, sem tentar resolve-los. Quem, ao invés de desfazer os nós, procura cortá-los, estará fadado, mais cedo ou mais tarde a perder pontos-chave desenvolvimento científico. Dois exemplos de que estudos de fundamentos se constituíram em verdadeiro avanço científico são os teoremas de incompletude de Gödel e a prova da independência da hipótese do contínuo, por Paul Cohen. Em ambos os casos, não somente os resultados se mostraram de grande valia, como os métodos aventados criaram novas direções na investigação de vários setores da matemática e de seus fundamentos lógicos e filosóficos. Uma exposição desses temas neste trabalho, no entanto, por mais breve que fosse, nos tiraria do rumo desejado, além de constituírem assuntos por demais complexos para serem abordados sem algum detalhe. Fica no entanto o registro do que os pontos levantados acima têm fundamento.

Outro aspecto de relevância, conectado a uma investigação sobre a racionalidade científica diz respeito ao velho problema da demarcação entre ciência e outras atividades humanas, com as quais essa é amiúde confundida. Embora, talvez não seja possível estabelecer fronteira muito nítida entre ciência e não-ciência, entre uma racionalidade peculiar a atividade científica e outras manifestações da racionalidade, uma investigação a propósito daquela, pode aclarar esta questão, já que se pretende dessa forma estabelecer certas propriedades que seriam típicas da atividade científica. Assim, parece ser nesse espírito, que nosso principal autor, da Costa, indica em *O conhecimento Científico*, o seguinte critério de demarcação "*Uma perquirição é científica se busca a quase-verdade racionalmente, isto é, dedutiva, indutiva e criticamente*" (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p. 204). Como teremos a oportunidade de tratar adiante.

Capítulo 2

O impacto da ciência nas concepções de racionalidade

"Permítaseme aclarar la explicación de Kant por una sencilla ilustración. Una persona que use anteojos azules verá todo azul. Sin embargo, si hubiera nacido con esos anteojos, consideraría lo azul como una predicación necesaria de todos los objetos, y le llevaría algún tiempo descubrir que es él, o más bien dicho sus anteojos, los que dan el color azul al mundo. Los principios sintéticos a priori de la física y las matemáticas son los anteojos azules a través de los cuales vemos el mundo. No debe asombrarnos que todas nuestras experiencias los confirmen por el simples hecho de que no podemos adquirir experiencia sin ellos." (*Cf.* Reichenbach, H.[128] p. 55)

"Lê goût de la symétrie et des divisions scolastiques est très vif chez Kant, qui dresse de la raison scientifique une image systématisée. Le modele qu'il a devant lui est la géométrie classique et la physique newtonienne, interprétées comme des prolongementes immédiats de la perception et de l'expérience usuelle. Il en résulte que le schéma kantien de la raison scientifique constitue une espèce d'instantané photografique d'un état de la connaissance que ne devait pas tarder à être dépassé. Sur un point essentiel, l'évolution contemporaine des sciences donne un démenti formel à la théorie kantienne. (*Cf.* Granger, G.G.[65] p. 60).

Discutimos brevemente neste capítulo como certas transformações da ciência, particularmente alguns pontos específicos do desenvolvimento da matemática e da física, contribuíram para alterar profundamente nossas concepções tradicionais da racionalidade tal como caracterizado em linhas gerais no capítulo precedente. (*Cf.*cap.1) A intenção é mostrar que a racionalidade científica não se deixa fixar, de uma vez por todas, por qualquer sistema de categorias e princípios como esboçado, *e.g.*, nos sistemas de Aristóteles e Kant entre outros; embora, como já atestou Granger, a ambição dos filósofos tenha sido quase sempre a de reduzir a razão a princípios. (*Cf.* Granger, [65] p.51)

É certo que a ciência, ao longo do tempo, realizou e tem realizado avanços espantosos, mais contundentemente no último século, *v.g.*, com as investigações sobre a constituição da matéria ou sobre a estrutura química dos organismos vivos. Na verdade, ela transformou completamente nossa visão de mundo e, ao que tudo indica, continuará a promover mudanças significativas. Nesse sentido, certamente, diversos fatores podem ser arrolados como episódios que colaboraram para alterar nosso modo de entender a racionalidade da ciência, em particular a concepção kantiana de racionalidade científica.[57] Interessam-nos destacar dois exemplos que nos parecem marcantes de transformações na ciência que consideramos adequados para salientar como a evolução da ciência pode proporcionar alterações à racionalidade. Assim, iremos nos referir, primeiro, ao surgimento e às implicações filosóficas das chamadas geometrias não-euclidianas, e num segundo momento a certas dificuldades associadas às origens da mecânica quântica[58], e algumas de suas perplexidades filosóficas que importam a nossa investigação. Naturalmente outros exemplos podem ser arrolados, no entanto, vamos nos restringir apenas a estes, pois dão uma boa idéia daquilo que pretendemos, além de serem interessantes por si mesmos.

Nosso procedimento, neste ponto, será da seguinte forma: relativamente ao surgimento das chamadas geometrias não-euclidianas, destacamos como estas modificam radicalmente nossa compreensão da noção de '*espaço*', tal como pode ser sacado a partir da geometria euclidiana, que como se poderia supor, por exemplo, para Kant, constituía a única forma pela qual podemos racionalmente apreender o contorno. Já no que diz respeito às origens da mecânica quântica, mais precisamente de sua 'pré-história', trataremos, ainda que por alto, dada sua enorme complexidade, de dois aspectos que malograram a noção tradicional de racionalidade. A primeira diz respeito ao problema da dualidade onda-partícula, a segunda, à noção de individualidade das entidades quânticas, tal como indicada por Krause em [81] e French & Krause [60], entre outros.

[57] Como nesta dissertação investigamos como certos desenvolvimentos da ciência alteraram a concepção de racionalidade indicada no primeiro capítulo, faremos alguma referência às idéias de Kant, partindo do pressuposto que ele representa, sob certos aspectos, uma boa imagem de uma concepção tradicional da racionalidade científica, particularmente, tem-se em mente aqui a tríade kantiana: geometria-física-lógica. Observamos, entretanto, que não pretendemos de forma alguma fazer exegeses eruditas das idéias desse autor.

[58] Vamos procurar dar apenas uma idéia geral, necessariamente fragmentada e simplificada, das implicações da Física Quântica sobre o desenvolvimento da racionalidade científica, sem pretendermos uma exposição técnica dessa teoria, o que de fato ultrapassaria os propósitos deste trabalho.

2.1. Geometria e racionalidade

> "Une géométrie ne peut pas être plus vraie qu'une autre; elle peut seulement être plus commode." (*Cf.* Poincaré, Henri [112] p.67).

Podemos assinalar que o sistema geométrico de Euclides, como proposto em seus *Elementos*, constitui uma das mais importantes conquistas intelectuais de todos os tempos, representando, sob muitos aspectos, uma contribuição decisiva para muitas das concepções filosóficas, não apenas sobre o conhecimento científico, mas também sobre a racionalidade da ciência. Destaca-se, nesse contexto, seu caráter fortemente intuitivo e a utilização do método axiomático como ferramenta de investigação[59]. Embora, aparentemente, Euclides não pretendesse a rigor estabelecer uma discussão filosófica a respeito da noção de espaço, suas investigações geométricas trouxeram ao centro das perquirições uma série de questões sobre a natureza do espaço. Assim, por exemplo, nos *Elementos*, define-se ponto como "aquilo que não tem partes". [60] Como entender essa definição? Seria possível existir alguma coisa sem partes? E, admitindo a existência, poderíamos ver essas entidades ou conhecê-las? A geometria euclidiana foi, por muito tempo, vista como uma descrição do espaço físico, porém, parece difícil admitir a idéia de que o espaço (pelo menos o 'espaço intuitivo') seja formado por pontos na acepção dada nos *Elementos*. Com efeito, se 'ponto' não tem dimensões, mesmo um número infinito de pontos não seria suficiente para constituir um volume no espaço ordinário. O que exatamente seriam 'pontos' neste contexto? Evidentemente os postulados de Euclides foram, via de regra, consagrados pela tradição matemática e filosófica, como verdades auto-evidentes sobre o espaço percebido, em parte, poderíamos dizer, por parecerem inerentemente racionais, em parte, por proporcionarem um sistema coerente e rigoroso (para os padrões da época) que sustentou muitas afirmações sobre o mundo físico intuitivo. Assim sendo, a geometria euclidiana foi vista por muitos como modelo de ciência e racionalidade bem sucedido, ao qual, em certa medida, a ciência em geral deveria se conformar.

---

[59] O desenvolvimento do método axiomático na geometria que consistia, grosso modo, em aceitar sem necessidade de prova, certas proposições como axiomas ou postulados, e depois derivar dos axiomas todas as proposições do sistema como teoremas, causou poderosa impressão sobre muitos pensadores no curso da história, pois, um número relativamente pequeno de axiomas, carrega todo o peso das inesgotavelmente numerosas proposições deriváveis.

[60] Embora, alguns teóricos defendam que provavelmente essas definições tenham sido postas nos *Elementos* posteriormente a Euclides.

Com isso, até meados do século XIX, pensadores, que chegaram a cogitar sobre a geometria euclidiana, davam por assente que os postulados e teoremas de Euclides eram de fato verdades sobre o espaço físico e, conseqüentemente, a única geometria racionalmente possível. Dentre os muitos fios históricos, que levam da filosofia atual ao passado filosófico, é de especial importância, sob esse aspecto, a filosofia kantiana, especialmente pela forma com que trouxe à baila o problema da racionalidade científica, e suas conexões com a geometria e a mecânica clássica. Kant não apenas negou a possibilidade da Metafísica como ciência, no sentido tradicional, mas mormente, procurou estabelecer em que sentido a ciência moderna, em particular a física de Newton, a geometria de Euclides, e mesmo aritmética dos inteiros, constituíam ciências em sentido estrito, e como essas podem ser derivadas de certas categorias (conceitos-chave) e princípios da razão, isto é, em última instância, como a ciência se constitui um produto de nossa atividade racional. Poderíamos mesmo afirmar que, aparentemente, Kant procurou demonstrar, não apenas a possibilidade da ciência, em termos racionais, mas também, que não seria possível ultrapassar a mecânica clássica, a geometria euclidiana e a lógica aristotélica, já que estas constituiriam a única forma como nós racionalmente apreendemos o contorno. Notadamente, Kant compartilha do otimismo epistemológico de sua época relativamente ao conhecimento científico. Assim, ele constatara que a geometria de Euclides e a Mecânica de Newton se constituem como ciências (*Cf.* Kant, I. [74] p. 10ss) e, se de fato existem, é porque são possíveis (*Cf.* Kant, I. [75], p. 24) e, portanto, trata-se de tarefa para o filósofo de estabelecer as condições de sua racionalidade.

Destarte, a arquitetura do conhecimento racional segundo Kant, depende, além das noções de tempo e espaço[61] (formas da sensibilidade), condição de nossas percepções, do uso de certos conceitos-chave e princípios do entendimento, que são *a priori* e, portanto, absolutamente imutáveis. Tais conceitos e princípios, para serem empregados legitimamente pela razão, têm necessidade de estarem conectados aos fenômenos através da estrutura da nossa sensibilidade, em síntese, por uma estrutura espacial euclidiana que nos seria dada *a priori.*[62]

[61] A *Crítica da Razão Pura*, na parte intitulada "*Estética transcendental*", ocupa-se do conhecimento sensível, para daí tirar os elementos *a priori*, e distingue o conhecimento sensível externo, pelo qual apreendemos os objetos, e o conhecimento sensível interno, que permite captar nossos estados de espírito. No que se refere à primeira, um fato impõe-se para esse pensador: é-nos impossível captar os corpos, a não ser quando inseridos em relações de distância, proximidade, grandeza; em resumo, numa rede de relações espaciais euclidianas.

[62] Vale notar que para Kant, o uso legítimo do entendimento está circunscrito a objetos de nossa experiência (*Cf.* Kant, [74], p.15). Se não se referem às intuições sensíveis, as categorias deixam de ter "valor

Após as reflexões de Kant sobre o status epistemológico da ciência moderna e de suas bases racionais, nos séculos seguintes, a ciência passou por avassaladoras transformações. Notoriamente, essas transformações na matemática foram acompanhadas pela busca crescente de generalização, abstração e rigor, que modificaram por completo o quadro teórico desta ciência. "Muitos problemas fundamentais que haviam resistido longamente aos melhores esforços de pensadores antigos foram resolvidos; novos setores de estudo matemáticos foram criados; e em vários ramos desta disciplina foram assentados novos alicerces ou velhos fundamentos foram inteiramente reformulados com a ajuda de técnicas mais precisas de análise." (*Cf.* Nagel, E. & Newman, J. R. [101] p.7). Dentre as mudanças relevantes na matemática no século XIX, podem ser mencionadas, a título de exemplo, a construção das álgebras não-comutativas, por Hamilton, e independentemente, por H. Grassmann. (*Cf.* Boyer, C.B. [13], Cap. 26) A criação de sistemas algébricos não-comutativos representou, efetivamente, um passo decisivo no sentido da abstração matemática, que passou a se desvincular das ciências naturais, especialmente da física, à qual era amiúde confundida. (*Cf.* Krause, D. [80] p.1); a aritmetização da análise sob o impulso de matemáticos como A. L. Cauchy, N. Abel e K. Wierstrass, entre outros, constitui outro fator de suma relevância no desenvolvimento da matemática naquele período.

Episódio de máxima importância no desenvolvimento da abstração e formalização da matemática foi a evolução do método axiomático, em grande parte devido aos trabalhos de Hilbert no final do século XIX. [63] Este método tem suas origens entre os gregos antigos, encontrando sua primeira formulação explícita nos *Analíticos Posteriores* de Aristóteles, e aplicação efetiva nos *Elementos* de Euclides. Uma teoria axiomática, provavelmente para Aristóteles e Euclides, consistia numa coleção de verdades sobre um determinado domínio da realidade, e se organizava da seguinte forma: (i) um reduzido número de conceitos primitivos 'evidentes à intuição'; (ii) conceitos derivados definidos a partir dos primeiros; (iii) um conjunto de princípios (axiomas) auto-evidentes e verdadeiros; (iv) teoremas, ou seja, verdades derivadas de princípios.

De acordo com Hilbert, as axiomáticas, como acima exposto, (que ele chamou de 'concretas') constituiriam um conjunto de conceitos, princípios e proposições sobre um

objetivo".

[63] Pode-se dizer, grosso modo, que o método axiomático adquiriu seu estado quase que definitivo com a publicação do livro *Grundlagen der Geometrie*, de Hilbert, em 1899.

único e determinado domínio da realidade. Por exemplo, a axiomática de Euclides, que se julgou por muito tempo ser a única capaz de descrever as propriedades do espaço real. Hilbert notou, porém, que se podem desenvolver axiomáticas formais, em que se abstrai o significado intuitivo dos conceitos primitivos e, portanto, os axiomas e teoremas não se referem mais a objetos de um único domínio. Com isso, Hilbert não via necessidade de atribuir qualquer conteúdo intuitivo aos conceitos utilizados numa teoria axiomática, o que foi expresso pelo seu conhecido dito acerca da geometria: "deveríamos ser capazes de dizer todas às vezes – ao invés de pontos, linhas retas e planos – mesas, cadeiras e canecas de cerveja." (*Cf.* Hilbert, *apud* Reid,C.[131], p.57)

Dentre as mudanças significativas que podemos arrolar, sem dúvida, merece destaque o surgimento das geometrias não-euclidianas, devidas em sua forma original principalmente a Lobachevsky e Bólyai.[64] Claramente, embora a geometria euclidiana tenha sido encarada por muito tempo como a única geometria racionalmente possível, essa despertou desde seu início o espírito crítico de diversos matemáticos. De modo especial, o conhecido postulado das paralelas[65] representou fonte de inúmeros debates, aparentemente por dois aspectos que lhe eram visivelmente inerentes: primeiro, este postulado não era semelhante aos demais propostos por Euclides, tendo apresentação bem menos 'auto-evidente' e formulação muito mais complexa que os quatro primeiros. Segundo, esse postulado fazia afirmações a respeito do infinito em sua formulação original, o que constituía, para os padrões matemáticos da época, algo de difícil aceitação, já que as paralelas não se cruzam para além de nossa experiência finita.[66] De mais a mais, Euclides pouco utiliza o quinto postulado em suas demonstrações iniciais, o que sugeria que esse

[64] Para Newton da Costa, o surgimento das geometrias não-euclidianas talvez esteja entre os acontecimentos mais significativos da história da cultura, tendo sido motivação heurística para a construção das chamadas lógicas não-clássicas. Observa esse autor que Vasiliev e Łukasiewicz, "sempre declararam-se (*sic*) motivados pelo surgimento das geometrias não-euclidianas" (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p. 60).

[65] Existem diversas formulações equivalentes para o postulado das paralelas, uma formulação como exposta nos *Elementos* do postulado é a seguinte: *Postulado de Euclides*. Se uma reta t corta duas outras r e s (todas num mesmo plano) de modo que um dos pares dos ângulos colaterais internos tem soma inferior a dois ângulos retos, então as retas r e s, quando prolongadas suficientemente, se cortam do lado de t em que se encontram os referidos ângulos colaterais internos.

[66] E ainda, como observa Nagel: "Euclides define as linhas paralelas como retas em um plano que, 'sendo estendidas indefinidamente em ambas as direções', não se encontram. Deste modo, afirmar que duas linhas são paralelas é pretender que as duas linhas não se encontrarão sequer 'no infinito'. Mas os antigos estavam familiarizados com linhas que, embora não se cortem umas às outras em qualquer região finita do plano, se encontram 'no infinito'. Tais linhas são chamadas 'assintóticas'. Assim, uma hipérbole é assintótica aos seus eixos. Não era, portanto intuitivamente evidente para os antigos geômetras que de um ponto fora de uma reta dada, apenas uma reta pudesse ser traçada que não fosse encontrar a reta dada, mesmo no infinito" (*Cf.* Nagel, E. & Newman, J.R. [101] p. 8).

pudesse de fato ser demonstrado como teorema a partir dos demais. Assim, a tentativa de demonstrar o postulado das paralelas, a partir dos demais postulados, constituiu um dos problemas centrais herdados da matemática grega, ao qual se debruçaram matemáticos de Proclus a Legendre[67], mas sempre sem sucesso. Na verdade, o que muitas vezes se estabeleceu, foram proposições equivalentes ao quinto postulado, e nada mais. No século XVIII, os matemáticos Saccheri, por volta de 1733, e Lambert, cerca de 1770, inauguraram uma nova abordagem: raciocinar por redução ao absurdo. Saccheri, particularmente, negando o postulado das paralelas demonstrou uma série de teoremas, concluindo ter chegado a uma contradição. Porém, de fato, não havia contradição alguma nas conclusões de Saccheri, o que só foi percebido muito tempo depois por E. Beltrami (1835-1900) , que redescobriu os trabalhos daquele.

Em torno de 1830, devido às tentativas infrutíferas de demonstrar o postulado das paralelas a partir dos demais, ou de estabelecer uma contradição no sistema euclidiano pela negação do referido postulado, alguns matemáticos acabaram por se convencer de que era possível construir geometrias distintas da euclidiana. Contudo, esta convicção estava em completa oposição com as opiniões usualmente admitidas nos meios intelectuais da época, que davam à geometria euclidiana um caráter de necessidade racional à qual nossa concepção do espaço não podia subtrair-se. Deste modo, Gauss, que desde sua juventude havia se interessado pelo problema das paralelas, mesmo tendo chegado, por volta de 1816, à idéia da possibilidade de uma geometria diferente da de Euclides, que qualificou como "não-euclidiana", e que considerava, apesar de sua estranheza, inteiramente conseqüente em si mesma, recusou-se a publicar suas novas idéias, provavelmente, em parte, por considerar a possibilidade das críticas que poderia sofrer. (*Cf.* Boyer, C.B. [13], p.568 e 585).

Pouco tempo depois, publicações independentes dos matemáticos J. Bolyai e Nicolai Lobachevsky[68] estabeleceram efetivamente os alicerces das geometrias não-euclidianas. Evidentemente, o desenvolvimento de geometrias não-euclidianas surgiu como algo de significado intelectual revolucionário. "Num certo sentido a descoberta da

[67] As diversas tentativas de Legendre de demonstrar os postulados das paralelas aparecem no seu livro *Élements de Géometrie*.

[68] As idéias de Lobachevsky sobre geometria não-euclidiana, que ele chamava de 'geometria imaginária' foram publicadas num artigo do *Mensageiro de Kazan* em 1829. Já as idéias de J. Bolyai sobre o mesmo tema, que ele chamou '*Ciência Absoluta do Espaço*' foram publicadas em apêndice de um tratado escrito por seu pai.

geometria não-euclidiana desferiu um golpe devastador na filosofia kantiana [e em seu modo de conceber a racionalidade científica] comparável ao efeito que teve sobre as concepções pitagóricas a descoberta de grandezas incomensuráveis." (*Cf.* Boyer, C.B. [13] p.586) Aparentemente, por conta dos trabalhos de Lobachevsky e Bolyai, tornou-se necessário rever certas concepções fundamentais sobre a natureza da matemática e, consequentemente, da própria racionalidade da ciência usualmente admitida. Em certa medida, o descolamento da matemática em relação às ciências naturais, como a física, aprofundou-se.

As geometrias não-euclidianas, posteriormente às publicações de Lobachevsky e Bolyai, desenvolveram-se por um bom período como algo relativamente marginal na matemática do século XIX, até o surgimento dos trabalhos de B. Riemann[69], que propôs a geometria como o "estudo de variedades de qualquer número de dimensões em qualquer tipo de espaço [euclidiano ou não]" (*Cf.* Boyer, [13], p.588). Suas geometrias eram não-euclidianas, porém, num sentido muito mais geral do que a de Lobachevsky e Bolyai, em que a questão era simplesmente a de quantas paralelas a uma reta é possível traçar por um ponto fora da reta dada. Riemann percebeu que a geometria nem sequer deveria necessariamente tratar de pontos ou retas ou do espaço no sentido ordinário, mas de coleções de *n-uplas* que são combinadas segundo certas regras. Dentre as regras relevantes, aparentemente, para qualquer geometria, estava, por exemplo, uma regra para a noção de distância[70] entre dois pontos. (*Cf.* Riemann, B. [132]) Na geometria euclidiana essa "métrica" é dada por $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$, ao passo que a métrica de um espaço riemanniano é dada por:

[69] Usando uma linguagem pouco rigorosa, sem definições precisas ou demonstrações cuidadosas, Riemann, em sua dissertação "*Sobre as hipóteses que subjazem às bases da geometria.*" (*Cf.* Riemann, B. [132]), introduziu o que hoje chamamos uma variedade de n dimensões (um objeto que generaliza a noção de superfície para qualquer dimensão sem menção à noção de espaço físico intuitivo) e postulou que uma geometria era um modo de "medir comprimentos" em tal variedade.

[70] Tanto na Geometria quanto no Cálculo, para dar dois exemplos, mesmo quando tratados de maneira intuitiva, é fundamental o papel que desempenha a noção de "distância entre dois pontos" ou conceitos derivados dessa noção, como o de "vizinhança de um ponto" , "ponto de acumulação" que diretamente dependem da noção de distância (ou da noção de vizinhança). Assim, parece lógico, quando se busca uma generalização da Geometria, deve-se ter em vista uma generalização do conceito de distância que independa das particularidades dos diversos tipos de "espaço" em que intervém tal noção.

$$
\begin{aligned}
ds^2 = \ & g_{11}dx^2 + g_{12}dxdy + g_{13}dxdz \\
& + g_{21}dydx + g_{22}dy^2 + g_{23}dydz \\
& + g_{13}dzdx + g_{23}dzdy + g_{33}dz^2
\end{aligned}
$$

Onde as g são constantes ou, mais geralmente funções de x, y e z . Localmente o espaço euclidiano é apenas um caso muito especial de um espaço riemanniano em que $g_{11} = g_{22} = g_{33} = 1$ (*Cf.* Boyer, [13], p.589).[71] De fato, a geometria riemanniana alterou profundamente a noção de espaço. O que se constatou é que o "espaço ordinário", que se estabelece, aparentemente, em parte, a partir de nossa constituição neurofisiológica tem três dimensões, é contínuo, isótropo, homogêneo e dotado de métrica euclidiana, não é o único logicamente possível. Embora nossa intuição espacial ordinária pareça estar definitivamente limitada as categorias euclidianas. (*Cf.* Poincaré, [112] p.67), Riemann estabeleceu que, de um ponto de vista, estritamente matemático, era possível ultrapassar nossa percepção euclidiana o que, em certo sentido, permitiu uma distinção entre geometria aplicada ou física e geometria pura ou abstrata. Deste modo, podemos dizer que o processo de abstração intensa por que passou a matemática, a partir do século XIX emancipou a mente humana das restrições de uma racionalidade científica assentada sobre alicerces hirtos. Entretanto, a noção de 'espaço de Riemann' representou apenas um passo desse processo. Outros dois aspectos de crescente relevância, e profundamente conectados, entraram em foco nas reflexões de matemáticos e filósofos que intervieram nas questões concernentes as geometrias não-euclidianas. O primeiro diz respeito ao problema da consistência, isto é, se um dado conjunto de postulados utilizados como fundamento de um sistema é inteiramente consistente, de tal sorte que não seja possível derivar dos postulados quaisquer teoremas mutuamente contraditórios; o segundo diz respeito à conexão da geometria com a realidade, isto é, à questão de qual seria efetivamente a geometria do mundo. A crença tradicional de que os axiomas da geometria deveriam corresponder a uma espécie de evidência intuída a partir de nossas percepções era ainda bastante forte nos meios acadêmicos da época.

Inquestionavelmente, o crescente rigor por que passou a matemática naquele período, principalmente pela exigência de precisão dos instrumentos conceituais, e pela reivindicação de exatidão nas demonstrações lógico-matemáticas, em síntese, pela

[71] Usualmente as geometrias são tratadas axiomaticamente e não geneticamente como aqui exposto.

formalização, deu origem a uma grande variedade de sistemas de considerável importância matemática. Efetivamente, muitos desses sistemas não se prestavam a uma interpretação intuitivamente óbvia, o que conduziu à necessidade de se estabelecer a consistência de muitas estruturas matemáticas. Daí o problema da consistência ter ganho relevância no contexto das geometrias não-euclidianas. De qualquer forma, o problema a princípio não parecia urgente quando referido à geometria euclidiana, já que os axiomas de Euclides foram geralmente tomados como juízos verdadeiros acerca do espaço, sua racionalidade estava garantida pela intuição. Como já observado por Newton da Costa: "Na geometria elementar, por exemplo, os postulados são sugeridos pela experiência, mas do prisma lógico-matemático não passam de afirmações arbitrárias e convencionais, que constituem a base da ciência de Euclides" (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p. 51). Assim, aparentemente, nenhum matemático anterior ao século XIX deve ter considerado seriamente a possibilidade de derivar da geometria euclidiana um par de axiomas contraditórios. "A base para esta confiança na consistência da geometria euclidiana é o sadio princípio de que juízos logicamente incompatíveis não podem ser simultaneamente verdadeiros; conseqüentemente, se um conjunto de juízos é verdadeiro (e isto estava pressuposto quanto aos axiomas de Euclides), tais enunciados são mutuamente consistentes". (*Cf.* Nagel, E. & Newman, J. R. [101], p.13)

De fato, os axiomas das geometrias não-euclidianas, e conseqüentemente seus teoremas, dado seu caráter eminentemente abstrato, foram inicialmente considerados falsos relativamente ao espaço ordinário. Assim, o problema da consistência e racionalidade de tais estruturas matemáticas tornou-se tremendamente crítico. Em certa medida, a sobrevivência das geometrias não-euclidianas estava associada à demonstração de sua consistência. Claramente, existem duas maneiras de demonstrar a consistência de uma teoria formal. A primeira consiste em encontrar uma interpretação dos termos primitivos da teoria, relativamente à qual todos os axiomas se mostram evidentemente verdadeiros, e em conseqüência disso, todos os teoremas. A dificuldade desse empreendimento é a verificação efetiva da verdade dos axiomas interpretados. Para muitos matemáticos e filósofos à época, a geometria euclidiana tinha uma interpretação no espaço físico intuitivo e, por isso, era evidentemente verdadeira e consistente. Outro método de verificação de consistência é o estabelecimento da consistência relativa, ou seja, a demonstração de que se um sistema formal $\mathbb{S}$ for consistente, então o sistema formal $\mathbb{S}'$ também o será. Isto é possível mostrando que se há uma interpretação (um modelo) de $\mathbb{S}$ em $\mathbb{S}'$ de tal forma que, se $\mathbb{S}'$ for consistente, então $\mathbb{S}$ será consistente. Uma primeira solução à consistência das geometrias não-euclidianas se estabeleceu inicialmente pelos trabalhos de Beltrami, Poincaré e Felix Klein, que lograram estabelecer uma prova relativa de consistência de tais geometrias em relação à geometria de Euclides, encontrando modelos daquelas geometrias na geometria euclidiana. Assim, se a geometria euclidiana fosse consistente, também o seriam as não euclidianas, ou seja, as geometrias não-euclidianas são consistentes relativamente à euclidiana.

Deste modo, após esses trabalhos, entre outros, diversos matemáticos começaram a estudar a consistência da própria geometria euclidiana. De fato, a exigência de rigor[72] nas demonstrações abateu-se pouco a pouco sobre as formulações de Euclides, em parte, porque dada a infinidade de teoremas passíveis de demonstração naquela geometria, Euclides havia demonstrado um número relativamente pequeno de teoremas (Euclides havia demonstrado 465 teoremas sobre figuras geométricas planas e sólidas e relações mútuas, bem como da aritmética, tratada de um ponto de vista geométrico), o que indicava que sua consistência não estava definitivamente estabelecida, isto é, já não existia certeza de que não fosse possível encontrar teoremas contraditórios no sistema euclidiano. De outra parte, as demonstrações de Euclides careciam de rigor para os padrões daquele período. Notou-se por exemplo, que Euclides, em muitas de suas demonstrações, fazia uso de conceitos não explicitados previamente ou de suposições não declaradas, apelando, em muitas situações, para fatos alheios aos postulados. Em síntese, a axiomática euclidiana estava incompleta e apresentava inúmeras falhas. Era necessário reorganizar a própria geometria euclidiana, o que foi feito no final do século XIX por David Hilbert que, em 1889 publicou o livro "*Foundations of Geometry*" (*Cf.* Hilbert, D. [71]), no qual fazia uma apresentação rigorosa de uma axiomática adequada ao desenvolvimento lógico-dedutivo da geometria euclidiana.

---

[72] Uma exposição detalhada sobre o termo '*rigor*' em matemática pode ser encontrada em G.G. Granger [66], capítulo 3.

Com isso, muitos dos que acreditavam nas "verdades evidentes", tiveram de aceitar pelo menos a validade lógica das geometrias não-euclidianas. Sob o ponto de vista da matemática pura, "há diversos espaços possíveis, todos eles, como provaram E. Beltrami, Klein e outros, logicamente tão seguros como o euclidiano". (*Cf.* da Costa, [29], p 67) Alguns, porém, ainda pensavam que se podia mostrar experimentalmente que apenas a geometria euclidiana podia dar um modelo do espaço que estivesse de acordo com a realidade física, o que nitidamente sugere, como já dissemos, uma distinção entre geometria pura ou abstrata, em oposição à geometria aplicada ou física. O problema, então, se reporta à seguinte questão sugerida por Einstein e já aventada por Gauss: qual é a geometria efetiva do espaço? (*Cf.* Einstein, [52], p.667).

Nitidamente, após Hilbert, a geometria, de um ponto de vista abstrato, mesmo a euclidiana, deixou de tratar da realidade física intuitiva. Assim, como tratou de advertir Poincaré, uma experiência não pode provar a veracidade de um modelo do espaço dado por uma geometria, mas apenas o acordo deste modelo com uma determinada teoria física. Em síntese, a geometria pura ou abstrata não estabelece qualquer afirmação a respeito do comportamento e estrutura dos objetos reais.

Por outro lado, conforme Einstein, "é certo que a matemática em geral, e a geometria em particular, devem a sua existência à necessidade que se sentiu de aprender algo acerca do comportamento dos objetos reais." (*Cf.* Einstein, A. [52] p. 666). Abertamente, a origem da geometria entre os egípcios está associada a necessidades práticas, a observações relativas aos objetos cotidianos e à possibilidades de dispor certos objetos naturais uns em relação aos outros. Assim, a distância mais curta entre dois pontos é uma reta e os ângulos internos de um triângulo somam 180 graus. Tais afirmações pertencem ao domínio seguro da racionalidade euclidiana que se estabeleceu por um longo período como a única geometria capaz de fornecer um modelo de espaço adequado ao mundo físico. Até 1915, os cientistas não duvidavam de que a geometria euclidiana, a mais intuitiva e simples, era a única a convir à natureza. Em certo sentido, os filósofos e cientistas acreditavam que a natureza continuaria a ratificar as escolhas iniciais do cérebro humano. (*Cf.* Perrin, F. [109] p. 98)

Admiravelmente, porém, com desenvolvimento da Teoria Geral da Relatividade, em 1915-1916, veio à tona a compreensão de que as geometrias não-euclidianas poderiam ser mais do que meras fantasias matemáticas engenhosamente construídas por teóricos de gabinete. A teoria Geral da Relatividade envolve uma visão quadridimensional do mundo físico. Minkowski demonstrou que a descrição da realidade física é mais adequada em termos de eventos numa estrutura quadridimensional: o espaço-tempo. "E a Teoria Geral da Relatividade vinculou a distribuição da matéria e da energia pelo universo físico à geometria métrica do espaço-tempo. Esse vínculo enfatiza a relação entre movimento e curvatura. Como expressou o físico John Archibald Wheeler: a matéria diz ao espaço-tempo como se curvar e o espaço-tempo diz à matéria como se mover". (*Cf.* Ray [125] p. 102). A racionalidade científica tradicional, tal como sistematizada, por exemplo, pela filosofia crítica de Kant a partir do modelo de espaço dado pela geometria euclidiana e mecânica newtoniana, foi solapada pelo surgimento das geometrias não-euclidianas e pelo desenvolvimento da física moderna. A geometria de Riemann e a Relatividade Geral de Einstein constituíram uma verdadeira crítica da razão científica tradicional. "Com efeito, a mudança proposta por esses cientistas, sintetizada no pensamento de Einstein e elaborada em sua teoria da relatividade, tinha um alvo, um inimigo certo: era Kant o visado." (*Cf.* Novello, M. [105] p. 15). É nesses termos que Einstein, em seu livro *O significado da Relatividade*, expressa sua oposição à racionalidade científica moldada pelas proposições kantianas: "estou convencido de que foi extremamente prejudicial para o progresso do pensamento científico o empenho dos filósofos em tirar do domínio do empirismo certos conceitos fundamentais, transladando-os desse domínio, que está sob nosso controle, para as alturas intangíveis do apriorismo" (*Cf.* Einstein, A. [53]). Os desenvolvimentos da matemática do século XIX, especialmente da geometria, indicaram que a racionalidade científica não deve estar assentada sobre uma estrutura conceitual (de categoria) fixa ou de princípios eternos.

2.2. Mecânica Quântica e racionalidade científica

> "L'idée apparemment la plus simple, la plus fondamentale, que est celle de chose, d'objet, ne peut plus désormais être transposée sans précautions de la sphère des perceptions dans le domaine de la science physique. Quand nous parlons d'électrons par exemple, nous ne pouvons, en suivant les suggestions du langage familier, que penser à des particulies de matière individualisées douées d'une forme et d'un mouvement définis, discernables entre elles, si petite que soit leur dimension supposée. Or, il n'est plus permis au physicien de concevoir l'électron de cette manière, sans se contredire. Dans ces conditions, ce n'est plus um objet au sens usuel du terme que la science manipule. Elle a dû, consciemment ou non, renouveler ses concepts, et l'histoire des idées démontre une évolution de la raison. " (*Cf.* Granger, G.G. [65], p. 61)

As considerações feitas até aqui a propósito do desenvolvimento das geometrias não-euclidianas e a conseqüente alteração no modelo de 'espaço' dado pela tradição euclidiana, parecem indicar, de forma inequívoca, como a evolução de um ramo da matemática, como a geometria, pode contribuir para modificar a noção de racionalidade associada à atividade científica, em particular aquela dada pelas proposições kantianas a respeito das noções de espaço e tempo como '*categorias'* inerentes à razão. Nossas considerações acima parecem de fato lembrar que uma geometria não é mais racional do que outra, como poderia aparentemente se supor por uma tese estritamente Kantiana. Não há uma única geometria possível (como não há uma única lógica possível, como veremos na seqüência); o que realmente temos são diversos sistemas de geometria que, em dado contexto, decidimos que deve prevalecer aquele que é mais cômodo ou racionalmente adequado em função de critérios de natureza pragmática. Entretanto, podemos afiançar que, de forma mais radical que o surgimento das geometrias não-euclidianas, a mecânica quântica, nossa teoria sobre a constituição fundamental da matéria, provocou mudanças mais significativas sobre o modo como devemos entender a racionalidade científica, em parte, por seus aspectos profundamente contra-intuitos e paradoxais.

Conforme Lord Kelvin, por volta do final do século XIX, a física estava praticamente concluída, tendo seu desenvolvimento chegado ao seu zênite com a mecânica de Newton, o eletromagnetismo de Maxwell e a termodinâmica. Estes três pilares teóricos constituem o que hoje costumamos chamar física clássica, que dava conta de praticamente todos os fenômenos físicos conhecidos da época. O mundo era algo completamente objetivo, sendo os objetos regidos por leis bem definidas, que em tese, permitiriam determinar com precisão e sem ambigüidade todas as variáveis de um sistema físico, particularmente, a mecânica clássica permitia calcular a evolução do estado de um sistema mecânico a partir de forças que agem sobre ele (para uma partícula, esse estado é especificado por sua posição e momento) – assim, a evolução de um sistema deveria ser completamente determinista. A racionalidade da ciência, em certa medida, espelhava certa 'racionalidade' da própria natureza. Contudo, pairavam sobre as investigações em física da época dois fenômenos que não encontravam explicação satisfatória no quadro daquelas teorias, marcados por dois experimentos cruciais.[73] Referimo-nos aos resultados do efeito fotoelétrico e ao espectro de radiação do corpo negro. Esses fatos experimentais, entre outros, se tornaram os pontos de fissura, pelos quais irromperam a relatividade e a mecânica quântica respectivamente, que embora representem, em certa medida, rupturas radicais com a racionalidade estabelecida pela física clássica, se forjaram, em última instância, a partir dessa, não apenas de um ponto de vista das limitações daquela física relativamente aos problemas, mas igualmente de sua estrutura conceitual. Assim, a mecânica newtoniana é, sob diversos aspectos estruturais e conceituais, uma aproximação da mecânica relativística, válida com precisão mais que satisfatória para sistemas físicos que não envolvam velocidades próximas às da luz, ou que envolvam corpos extremamente massivos. Também para a mecânica quântica, a física clássica representa uma aproximação (princípio de correspondência de Bohr), embora, neste caso a transição de uma para outra seja mais sutil e delicada. (*Cf.* Nussenzveig, M. [106], p. 246).

Ao tratarmos do problema da racionalidade científica relativamente à mecânica quântica, devemos, antes de mais nada, considerar como podemos caracterizá-la, o que não constitui tarefa fácil, haja vista que existem várias respostas possíveis, notoriamente no que diz respeito às suas interpretações. Como é bem sabido, não há uma única "Mecânica

[73] Não há uma definição unívoca do que seja um 'experimento crucial' em ciência. Claramente, a física é, em última instância uma ciência experimental, e a relação teoria-experimento está longe de ser trivial. Qualquer experiência é sempre interpretada num dado contexto teórico e, pela sua vez, uma experiência pode lançar novos desafios teóricos. Assim, não podemos dizer sem ambigüidade quando um determinado experimento é crucial.

Quântica", mesmo quando consideramos apenas o formalismo padrão dos espaços de Hilbert. (*Cf.* da Costa, N.C.A. & Krause, D. [45], p. 9) Vamos indicar aqui três configurações de como agrupar as diversas formas de caracterizar essa teoria. Destarte, podemos dizer que certas caracterizações da Mecânica Quântica possuem uma abordagem mais fortemente matemática, outras um apelo mais filosófico e, por fim, existem enfoques que, poderíamos dizer, se aproximam de seus aspectos físicos. [74] Deste modo, de um ponto de vista matemático, a mecânica quântica pode ser caracterizada, por exemplo, pelo fato de que nela comparecem grandezas (observáveis) que não comutam, ou seja, que não podem ser "medidos simultaneamente", em sentido completamente inusitado, tendo em vista que na mecânica clássica sempre se pode medir dois observáveis simultaneamente e, pelo menos em princípio, com a precisão que se deseje. Outro aspecto é a relevância que desempenha o corpo dos números complexos nessa teoria e seu caráter probabilístico. Se considerarmos, por outro lado, um viés filosófico, se pode dizer que o fundamental nessa teoria consiste na impossibilidade de distinguir claramente o observador do objeto, isto é, a importância de se considerar o observador. Por fim, se nos atermos com maior ênfase a uma caracterização física, podemos dizer que a mecânica quântica, fixa uma fronteira entre os fenômenos microscópicos e macroscópicos a partir da constante de Planck, ou ainda, que sua novidade está na presença de quantidades discretas, como 'pacotes' de energia ou de processos descontínuos. (*Cf.* Pessoa, O. [110], p. 1).

Visivelmente, essas formas de caracterizar a mecânica quântica são todas pertinentes, de modo especial, quando temos em mente uma discussão a propósito de sua racionalidade. Vamos nos ater, porém, à dualidade partícula-onda (fazendo alguma referência ao átomo de Bohr) e ao problema da individualidade das entidades quânticas, como já dito anteriormente.

Experiências extremamente sofisticadas e com altíssimo grau de precisão indicam que as "entidades" quânticas apresentam propriedades absolutamente bizarras, que violam, sob diversos aspectos, nossa intuição comum do que seja comumente admitido como racional, pelo menos, quando temos em conta nosso modo usual de perceber os fenômenos naturais ou, mesmo, quando temos em mente certos aspectos teóricos já bem estabelecidos pela física clássica, que em certa medida, não escapam dos aspectos intuitivos de nossa

[74] Evidentemente, estas três formas aqui indicadas para distinguir certas caracterizações usuais da mecânica quântica, não são de fato muito precisas, tendo apenas uma finalidade didática.

percepção ordinária do mundo. Assim, como é sabido, desde o século XVII duas hipótese sobre a natureza da luz se estabeleceram, uma devida a Newton, para quem a luz se constituía num fenômeno corpuscular, o que explicava bem certas observações, como, por exemplo, a decomposição da luz, a reflexão e a refração, bem como o fato de os objetos ordinários de nossa percepção projetarem sombras nítidas, isto é, sem serem borradas, o que seria de se esperar caso sua natureza fosse corpuscular. A segunda hipótese sobre a luz era devida a Huygens, que propunha uma natureza ondulatória para ela. A luz consistia numa vibração no “éter luminífero”. Durante todo o século XVIII, prevaleceram as idéias de Newton sobre a natureza da luz, embora L. Euler e B. Franklin concordassem com a hipótese de Huygens. A hipótese de Huygens, entretanto, começou a ganhar força a partir do início do século XIX, particularmente, após um experimento de Thomas Young que estabelecia com clareza a natureza ondulatória da luz[75].

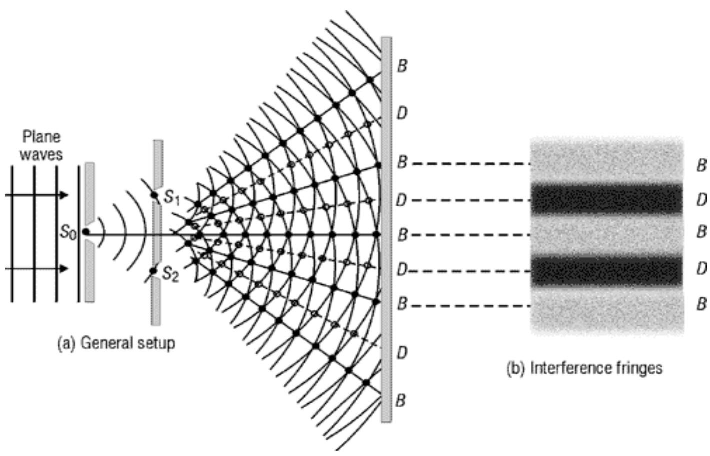

Figura 2.1. – Esquema do experimento de Young

Fonte: http://cord.org/step_online/st1-1/st1-1ei3.htm

Conforme desenvolvimentos teóricos posteriores, devidos a Young-Fresnel, os efeitos de difração observados no experimento de Young só são perceptíveis quando as dimensões do experimento se aproximam do comprimento de onda em questão; em situações macroscópicas de certas proporções, a difração ainda ocorre, mas não pode ser percebida sem o auxílio de aparelhos, isto é, o aspecto ‘borrado’ esperado da sombra de objetos macroscópicos não se verifica, fato que, durante o século XVIII, garantiu a legitimidade da hipótese de Newton. A hipótese ondulatória da luz, depois disso, ganhou sua formulação rigorosa na década de 1860 com Maxwell, que sistematizou a descrição teórica dos fenômenos eletromagnéticos. Suas pesquisas se estabeleceram com a

75 Evidentemente, não cabe aqui uma exposição pormenorizada sobre esse experimento. Logo, para maiores detalhes nos reportamos a Nussenzveig [106] capítulo 3.

elaboração de quatro equações fundamentais, cuja validade se estabelece mesmo no quadro da física hodierna. Posteriormente, as investigações de Maxwell permitiram compreender a luz como um fenômeno eletromagnético, isto é, Maxwell reduziu a óptica ao eletromagnetismo.

Deste modo, ao final do século XIX, parecia bem estabelecida a idéia entre os físicos de que a luz se constituía num fenômeno ondulatório, ou melhor, ondas eletromagnéticas num determinado comprimento. Porém, diversos novos experimentos, entre o final do século XIX e o início do século XX, obrigaram os cientistas a admitir a subsistência lado a lado de interpretações ondulatórias e corpusculares dos fenômenos eletromagnéticos, o que se constituiria para muitos em uma aberração do que se poderia racionalmente admitir habitualmente em ciência, haja vista a natureza contraditória entre fenômenos ondulatórios e corpusculares, como estabelecido no quadro da física clássica. Um experimento crucial, especialmente, desencadeou essa possibilidade. Referimo-nos à emissão de raios catódicos num tubo de Crookes (1869). A partir desse experimento, diversos outros foram se estabelecendo, colocando de forma acentuada aos cientistas o dilema onda-partícula, a "antinomia irredutível" nas palavras de Schrödinger ou, ainda, conforme L. de Broglie, o contínuo e o descontínuo da natureza. (*Cf.* Granger, G.G. [63] p.114).

O primeiro passo relevante na direção a uma estrutura teórica em física que implicaria, em certa acepção, uma nova forma de conceber a racionalidade científica a partir da mecânica quântica, foi estabelecido por M. Planck em 1900, quando ele introduziu, a contragosto[76], o conceito de *quantum*, necessário para dar conta do espectro de radiação do corpo negro[77]. Para melhor compreendermos as contribuições de Planck, precisamos fazer algumas considerações breves sobre a termodinâmica.

A termodinâmica funda-se em dois princípios muito gerais. O primeiro diz que não

[76] Planck confessou que só foi levado a formular esse postulado por "um ato de desespero", dizendo: "era uma hipótese puramente formal, e não lhe dei muita atenção, adotando-a porque era preciso, a qualquer preço, encontrar uma explicação teórica." (*Cf.* Planck, *apud* Pagels, H.R. [107], p.31).

[77] O "corpo negro" é um conceito teórico de um recipiente fechado levado a uma determinada temperatura e em equilíbrio térmico, cujas paredes internas refletem radiação térmica. Um orifício na parede do recipiente a temperaturas próximas de 0º parecerá escuro (O orifício é uma aproximação de um corpo negro). À medida que se eleva a temperatura T do corpo negro, o orifício se torna vermelho, depois amarelo e, finalmente, branco. A cada temperatura corresponde uma coloração da luz emitida, que resulta da mistura de radiações luminosas de diferentes freqüências.

é possível conceber um sistema isolado que produza energia indefinidamente, isto é, um motor perpétuo de primeira espécie. Trata-se do princípio de conservação da energia. O segundo princípio termodinâmico afirma que em qualquer sistema físico isolado a entropia não pode diminuir ao longo de sua evolução, isto é, as transformações acompanhadas de aumento de entropia são irreversíveis – o processo inverso não se verifica, o que indica um sentido para o tempo (do passado para o futuro) que concorda com nossas percepções corriqueiras. Contudo, as leis fundamentais da mecânica clássica e do eletromagnetismo não distinguem o sentido do tempo, não impedindo que qualquer processo evolua no sentido inverso indicado pela segunda lei da termodinâmica. Claramente, alguns experimentos não permitem distinguir a evolução de um sistema físico no sentido do passado-futuro, por exemplo, o movimento de um pêndulo sem atrito pode ser descrito completamente pelas leis da mecânica clássica. Por outro lado, experimentos que envolvem, por exemplo, o comportamento de fluidos, como a expansão de um gás numa caixa, são fenômenos irreversíveis, no quadro da termodinâmica clássica, que não poderiam ser completamente descritos pelas leis de Newton. Assim, em boa medida, o desenvolvimento da termodinâmica resultou da necessidade de encontrar um enquadramento para descrever certos comportamentos dos fluidos.

Durante o século XIX, muitos físicos viram-se diante de um conflito aparente entre a mecânica clássica e a termodinâmica. Uma admitia a reversibilidade de qualquer fenômeno físico, outra, pelo contrário, considerava certos processos como irreversíveis, ou seja, fenômenos que ocorrem no sentido passado-futuro. Em parte, devido a esse problema, alguns físicos daquele período, entre os quais se destacaram J. Maxwell, R. Clausius e L. Boltzmann, desenvolveram, em consonância com a hipótese atômica, um ramo da Física chamado teoria cinética dos gases, que mais tarde evoluiu para a termodinâmica estatística. Essa teoria baseia-se na hipótese de que um gás é composto por moléculas, as quais se comportam como partículas que, movendo-se a altas velocidades e colidindo umas com as outras e com as paredes do recipiente, produzem os efeitos macroscópicos observados, como temperatura e pressão. Nessa formulação, a pressão exercida pelo gás resulta das colisões das moléculas com as paredes do recipiente, e a temperatura representa a energia cinética média das moléculas. Com isso, o conflito entre a termodinâmica e a mecânica é solucionado, pois a segunda lei termodinâmica adquire um significado probabilístico[78].

[78] Dentre os fatos importantes dos trabalhos de Maxwell e Boltzmann, neste contexto, está a lei de distribuição das velocidades médias das moléculas de um gás. Boltzmann mostrou que se considerarmos um

Com o desenvolvimento do eletromagnetismo, que tinha em conta que os fenômenos eletromagnéticos têm caráter ondulatório, e da termodinâmica estatística, mais especificamente as proposições de Boltzmann sobre o equilíbrio termodinâmico, foi possível estabelecer as leis de Wien (1869) e de Rayleigh-Jeans[79]. Estas leis davam conta, entre certos limites, do espectro de radiação do corpo negro em termos clássicos. Na verdade, "A primeira só é muito bem verificada no domínio das altas freqüências, a segunda, ao contrário, cai bruscamente em descrédito a partir do ultravioleta [o conhecido colapso do ultravioleta]. É então, [neste contexto], que Max Planck (1899) introduz uma nova hipótese segundo a qual as trocas de energia entre uma radiação e a matéria só podem ser feitas por quantidades discretas, ou *quanta*, dependendo somente da freqüência e da radiação – $\Delta E = \hbar\nu$ –," (*Cf.* Granger, G.G. [63], p.115).

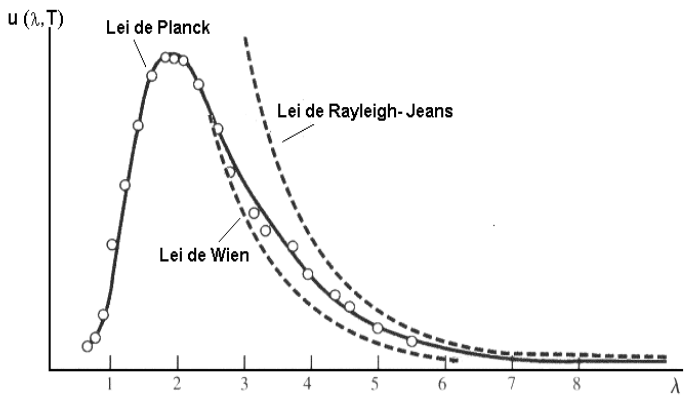

Figura 2.2. Comparação entre os resultados obtidos pelas Leis de Wien, Rayleigh-Jones e Planck para a radiação de corpo negro.

Essa suposição dava conta dos fatos experimentais, mas entrava na contramão das teses já bem estabelecidas do eletromagnetismo clássico. Evidentemente, a discrepância entre as previsões teóricas estabelecidas pelas proposições de Rayleigh-Jeans, exceto na região de altos comprimentos de onda (ou de baixas freqüências), e os dados

gás com certa distribuição arbitrária de velocidades, e deixarmos o sistema evoluir através das múltiplas colisões entre moléculas, esse tende a um estado final de equilíbrio térmico.

79 A lei de Wien afirma que existe uma relação inversa entre o comprimento de onda λ que produz um pico de emissão de um corpo negro e a sua temperatura dada por $\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$, em que b é uma constante de proporcionalidade. O espectro teórico estabelecido por Rayleigh-Jeans a partir do eletromagnetismo indicava que a energia radiada u deveria crescer com o quadrado da freqüência: $u(\nu) = \frac{8\pi}{c^3} \cdot \nu^2 kT$. Porém, se a energia radiada u cresce indefinidamente com a freqüência, então a soma das energias para todo o espectro de freqüência, entre zero e infinito, dá um resultado infinito. A teoria clássica conduzia a uma conclusão absurda. Claramente, a energia radiada num forno não é infinita.

experimentais, constituiu um obstáculo decisivo ao desenvolvimento da física do final do século XIX. Foi somente após diversas tentativas fracassadas de busca de solução no quadro teórico clássico, que Planck foi forçosamente obrigado à introdução da hipótese de que os osciladores eletrônicos, responsáveis pela emissão de radiação eletromagnética, só podem vibrar com determinados valores de energia. Embora, aparentemente irracional, pelo conflito com as bases da física clássica, já bem estabelecida, a hipótese de Planck foi provisoriamente tolerada por ser a única que dava conta, de um ponto de vista estritamente pragmático, dos fatos experimentais. Pensava-se que a quantização ocorreria apenas nos osciladores eletrônicos atômicos, mas não na energia irradiada que, segundo o eletromagnetismo, se propaga em ondas eletromagnéticas contínuas. De fato, tal hipótese, além de *ad hoc*, não parecia ser fisicamente possível, dada sua incompatibilidade com um ponto básico das teorias da época. Na verdade, para Planck a hipótese da quantização parecia inicialmente apenas mais um recurso matemático do que propriamente a suposição de que fenômenos eletromagnéticos fossem discretos.

Em 1905, Einstein, baseado nas idéias de Planck, propôs em seu artigo *Sobre um ponto de vista heurístico a respeito da produção e transformação da luz*[80] uma hipótese mais ousada e radical que definitivamente representaria, não necessariamente um apelo ao irracional, mas a exigência de uma nova forma de racionalidade na física em particular e, na ciência em geral . Estendeu a idéia de quantização aos fenômenos eletromagnéticos, admitindo que estes são constituídos de quanta, mais tarde batizados de fótons, cada um com energia igual a $\hbar v$, e que este fato é independente do processo de emissão. As proposições revolucionárias de Einstein surgiram no quadro das investigações de Hertz, que em 1887, descobriu que a incidência de ondas eletromagnéticas em determinada freqüência sobre um cátodo favorecia a emissão de raios catódicos (elétrons), o conhecido efeito fotoelétrico. Anteriormente ao trabalho de Einstein, o efeito fotoelétrico de Hertz não pareceu representar aos físicos grande dificuldade, haja vista que muitos supunham que a energia transferida pelas ondas eletromagnéticas aos elétrons do cátodo provocava seu desprendimento. Porém, dois aspectos do efeito fotoelétrico não podiam ser explicados pelas proposições clássicas:

i. A energia cinética dos elétrons arrancados do cátodo não dependia da intensidade da luz incidente.

[80] (*Cf.* Stachel, John (*Org.*), [141]). *O Ano Miraculoso de Einstein.*

ii. Existe uma “freqüência de corte” para a luz incidente, abaixo da qual o efeito deixa de ocorrer, independente da intensidade do campo elétrico. O que conflita com o eletromagnetismo clássico, para o qual o efeito deveria ocorrer independentemente da freqüência de onda.

O efeito fotoelétrico, descoberto por Hertz deste modo, também passou a representar uma dificuldade sem solução aparente no quadro do eletromagnetismo.

Einstein percebeu, nas propriedades do efeito fotoelétrico, uma evidência muito clara da natureza corpuscular dos fenômenos eletromagnéticos. O impacto de um fóton sobre o cátodo é suficiente para arrancar um elétron se a energia do fóton dada por $\hbar\nu$ for superior a energia de ligação W do elétron no metal. O elétron neste caso é arrancado com energia cinética $E_c = \hbar\nu - W$.

As idéias de Einstein sobre o efeito fotoelétrico não foram aceitas com facilidade pela comunidade científica – pareciam inconsistentes com a racionalidade científica bem estabelecida pelo eletromagnetismo de Maxwell. Entretanto, em 1914, surpreendentemente, Millikan, um conceituado experimentalista norte-americano, após rigorosas medições, confirmou a hipótese de Einstein, que só foi admitida definitivamente mais tarde, em 1923, com os trabalhos de H. Compton sobre o chamado efeito Compton.

Os trabalhos de Planck, Einstein, Millikan e Compton contribuíram para estabelecer as bases da Mecânica Quântica e, por conseguinte, sob certo aspecto, o dilema onda-partícula, a despeito das inúmeras interpretações posteriores (*Cf.* Pessoa, O.[110]), nas palavras de Schrödinger, “a antinomia irredutível”. Assim, quando observada em dimensões infinitesimais, a natureza apresenta comportamentos absurdos em face dos padrões de racionalidade moldados pela nossa experiência corrente dos objetos macroscópicos – a “realidade”, tal como se apresenta pelos fenômenos quânticos, nos obriga a pôr em xeque conceitos tão fortemente enraizados em nossa mente, como o da simples trajetória de uma partícula. De um ponto de vista da racionalidade científica enraizada pela mecânica clássica e pelo eletromagnetismo maxwelliano, uma partícula é uma entidade que possui uma posição bem definida no espaço ordinário, podendo ser caracterizada completamente por seu *momento* e *posição*. Por outro lado, ondas são concebidas pela física clássica como uma excitação que se propaga em um meio, não possuindo posição definida, além de serem contínuas, e apresentarem propriedades como difração, o que não ocorre com partículas. Destarte, certos "princípios lógicos" ordinários, que se concebem como rotineiramente racionais, parecem não se aplicar às exigências da microfísica.

Um embaraço análogo ao esboçado nas linhas acima envolve a concepção de átomo, particularmente, as formulações teóricas de Bohr, que colocaram à prova o modelo de racionalidade científica calcado em nossas intuições ordinárias do contorno, de forma semelhante, ou talvez de forma mais radical. "Retomando uma sugestão de Jean Perrin, Lord Rutherford propõe em 1912 uma representação planetária do átomo, como sistema de elétrons negativos gravitando em torno de um núcleo positivo. Mas, de conformidade com a eletrodinâmica maxwelliana, esses elétrons giratórios deveriam radiar continuamente e, perdendo energia, colapsar finalmente sobre o núcleo. Isso evidentemente não é corroborado pela experiência, em particular a estabilidade constatada dos átomos é incompatível com essa representação." (*Cf.* Granger, G.G. [63], p.116). É nesse contexto, em parte inspirado pelas idéias de Planck e Einstein, que N. Bohr, em 1913, estabelece seu modelo atômico. Bohr aplica a idéia da quantificação da energia aos sistemas atômicos, e introduz alguns postulados revolucionários para explicar o comportamento dos átomos, que não se enquadram de forma alguma nas categorias da razão fundada pela física clássica. O seu conteúdo é basicamente o seguinte:

- *Estados estacionários:* existe no átomo um conjunto discreto de estados chamados de "estacionários". O estado estacionário de energia mais baixa é chamado de estado fundamental. Nesse estado fundamental o átomo pode permanecer estável indefinidamente[81].
- *Condição de quantização de Bohr:* os estados estacionários são aqueles que satisfazem à condição de quantização do momento angular $L_n = n\hbar \ (n \in \omega)$.
- *Condição de freqüência de Bohr:* quando um elétron passa de um estado "estacionário" de energia E_n para outro de energia E_m, a diferença de energia

[81] Esses estados correspondem a órbitas eletrônicas em torno do núcleo, que Bohr calculou usando as leis da mecânica newtoniana e considerando somente órbitas coulombianas circulares. Claramente essa hipótese viola frontalmente a teoria eletromagnética clássica, para a qual a aceleração do elétron nessas órbitas levaria a emissão de radiação, fazendo-o espiralar para dentro do núcleo.

corresponde, se $E_n > E_m$, à emissão de um fóton, de freqüência dada por $v_{n\to m} = (E_n - E_m)/\hbar$.

A concordância do modelo atômico de Bohr com o espectro experimental do átomo de hidrogênio, dentro de limites experimentais aceitáveis, marcou o primeiro triunfo das teorias quânticas. Porém, apesar desse sucesso, a noção de estados quantificados, sem qualquer paralelo na física clássica, permanecia de certa forma "*irracional*", no quadro daquilo que já estava bem constituída pela racionalidade ordinária dos fenômenos macroscópicos. O próprio Bohr considerava que algo mais fundamental deveria existir, que permitisse compreender o que de fato originava a quantificação do átomo. "Assim, no início dos anos 20, o dilema se torna o *leitmotiv* da física. Dilema cujas duas ramificações são certamente inaceitáveis simultaneamente, em sua forma bruta, para uma razão que postula a continuidade dos processos naturais (*Natura non facit saltus*) e sobretudo a que afirma a identidade do objeto; e, mais ainda, a validade das leis da eletrodinâmica maxwelliana, tão amplamente atestada pelos macrofenômenos, encontra-se pelo menos parcialmente posta em xeque pelo aspecto corpuscular. Entretanto, é recorrendo com maior ou menor boa vontade a essa irracionalidade que se desenvolve com sucesso extraordinário uma física chamada ondulatória (De Broglie, 1923; Schrödinger, 1926), depois quântica (Heisenberg e Born, 1924-1927; Dirac, 1927-1928). O problema, resolvido assim praticamente, é fazer a ciência mover-se dentro desse irracional." (*Cf.* Granger, [63], p.117), ou talvez, diríamos, pela exigência de uma nova forma de entender a racionalidade da ciência.

Em contraste com a racionalidade bem estabelecida pela física clássica, e mesmo em certa acepção pela teoria da relatividade, a construção da mecânica quântica, que resultou do esforço de muitos cientistas, consagrava-se, de um ponto de vista filosófico, pela exigência de uma nova razão para a ciência, particularmente, no que diz respeito a seus aspectos profundamente contra intuitivos: a dualidade onda-partícula, a contradição imposta pela necessidade de se recorrer paralelamente à eletrodinâmica clássica (que impõe a continuidade dos fenômenos eletromagnéticos) e ao mesmo tempo a uma concepção descontinuísta dos processos quânticos. De mais a mais, essa teoria parece irreconciliável com a relatividade geral. Na verdade, uma série de contradições a confronta explicitamente com a 'bem comportada' ciência clássica, o que a torna no mínimo problemática. Como escreve Pauli em 1924 a Bohr, a propósito do princípio de exclusão do primeiro, “nada mais é do que um absurdo novo acrescido ao absurdo anterior (...) o físico que um belo dia conseguir conjugar esses dois absurdos é aquele que alcançará a verdade”. (*Cf.* Granger, [63], p.117)

Diversos outros aspectos da microfísica podem ser arrolados, e merecem destaque no debate entorno de sua racionalidade. Além da dualidade onda-partícula, esboçada nos parágrafos anteriores, podemos mencionar a existência de partículas virtuais e a possibilidade de violação da lógica e da matemática clássicas, e certos aspectos relacionados à ontologia ou semântica das linguagens da microfísica. “De acordo com Van Fraassen, três principais questões relativas aos fundamentos filosóficos da mecânica quântica são: a medição, os ‘paradoxos’ (o gato de Schroedinger, por exemplo), e o problema das partículas idênticas”. [82] Vamos na seqüência, ainda que superficialmente, tracejar algumas palavras sobre o problema da individualidade a título de exemplo.

Usualmente, quando tratamos de objetos físicos macroscópicos, temos por evidente e absolutamente trivial o fato de tais objetos possuírem individualidade. Parece uma afronta ao que se considera razoável admitir, por exemplo, que objetos como livros, canetas, mesas ou pessoas não sejam *indivíduos*. Porém, essa noção comum, perde ares de evidência quando temos que apontar o que confere individualidade aos objetos referidos. A física clássica não trata de forma rigorosa de conceitos como objeto físico e individualidade. De fato, questões filosóficas acerca das teorias físicas não teriam importância direta para o físico, embora, vez por outra, tenham feito parte das discussões de eminentes cientistas como Einstein, Bohr e Schrödinger.

Sem pretendermos aqui desenvolver, em por menor, uma teoria da individualidade, se aceitamos uma perspectiva oferecida por Leibniz, para quem a noção de individualidade pode ser associada à de *distinguibilidade*, isto é, um objeto físico possui individualidade na medida em que é possível distingui-lo de outros, sendo a noção de distinguibilidade, por seu turno, integrada às propriedades, atributos ou pacotes de propriedades que os objetos possuem, uma visão que na literatura costuma-se chamar “*bundle theories*” (*Cf.* Krause, [81], p.173). Isso pode ser expresso numa linguagem de segunda ordem pela expressão

[82] Citado por Krause, D., [82], p. 1

$\forall x \forall y \left(\forall \mathfrak{F} \left(\mathfrak{F}(x) \leftrightarrow \mathfrak{F}(y) \right) \rightarrow x = y \right)$, onde x e y são variáveis individuais e $\mathfrak{F}$ uma variável para propriedades de indivíduos. Deste modo, se, por exemplo, pensarmos numa caixa na qual existe uma coleção de bolas de bilhar, todas com tamanho, cor e massas iguais. Caso batizarmos uma bola qualquer dessa coleção de Napoleão, e em seguida, a colocarmos de volta na caixa e agitá-la por certo tempo. Se escolhermos novamente uma bola da caixa, como saber se ela é Napoleão? Existem pelo menos duas maneiras de resolver esse problema: uma é marcar a bola de alguma forma, outra opção, é seguir sua trajetória. Essas duas soluções são possíveis porque podemos considerar que bolas de bilhar são indivíduos, entidades dotadas de identidade, como na acepção acima. O mesmo vale para inúmeros objetos materiais que conhecemos. (*Cf.* Sant'Anna, A. [136], p. 20).

Diversos autores, entre os quais, Schrödinger, Heisenberg, Bohr e Weyl notaram que, de algum modo, as entidades quânticas não obedecem a noção de individualidade comum dos objetos macroscópicos como indicado, em linhas gerais, no parágrafo anterior. Escreve Schrödinger a propósito: "Quase parece uma burla que precisamente nos anos em que logramos perceber os átomos e os corpúsculos separados por diversos métodos, nos achemos obrigados a deixar de lado a idéia de que tais corpúsculos sejam entes individuais que conservam em princípio sua 'identidade' para sempre. Muito ao contrário, temos que afirmar que os componentes últimos da matéria carecem por completo de 'identidade', quando em estado de emaranhamento. Quando observamos uma partícula de certo tipo, por exemplo, um elétron, aqui e agora, é necessário considerar isso como sucesso isolado. Ainda que observemos uma partícula análoga pouco depois, em ponto próximo do primeiro e ainda que tenhamos todos os motivos para supor que entre a primeira e a segunda observação existe conexão causal, não tem sentido certo e exato a afirmação de que é a mesma partícula que observamos em ambos os casos. (...) É indubitável que o problema da 'identidade' [de partículas elementares] carece real e verdadeiramente de sentido". (*Cf.* Schrödinger, E. [139], p.108)

Newton da Costa atesta as observações acima ao afirmar: "É bem sabido, que há profundas diferenças entre a descrição clássica e quântica do mundo, por exemplo, o problema da descrição de partículas idênticas. Claramente, se admitimos um sistema que se compõe de dois elétrons então, de acordo com a mecânica clássica, é possível seguir as trajetórias dos elétrons e distingui-los em todos os instantes de tempo. Mas de acordo com a mecânica quântica, ocorre uma superposição da função de onda associada a cada partícula, e isto torna impossível dizer que elétron está associado com a fundação de onda". (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p.2)

O progresso da física parece sinalizar, de forma inequívoca, que as entidades quânticas não possuiriam individualidade, pelo menos na mesma acepção dos objetos ordinários. Vale a pena expor brevemente por que essas entidades não teriam individualidade, pelo menos no sentido dos objetos macroscópicos[83]. É importante salientar que a mecânica quântica ortodoxa (não relativística) pode ser desenvolvida assumindo-se que as entidades quânticas são *indivíduos*, do mesmo modo que as partículas na física clássica, mas isso tem um preço na restrição dos estados e dos observáveis. A abordagem, de David Bohm, por exemplo, considera as entidades quânticas como indivíduos. A posição que considera os quanta como não-indivíduos (entidades sem individualidade) prevaleceu na maioria das interpretações, e é chamada de "concepção recebida" por French e Krause.

Se considerarmos, por economia de exposição, duas partículas de mesma espécie que partilham de todas as propriedades intrínsecas[84] (numa terminologia filosófica, essas partículas são ditas *indistinguíveis*, na física, *idênticas*), rotuladas por α_1 e α_2, e dois estados possíveis A e B. Há dessa forma a distribuição das duas partículas nesses dois estados conforme a seguinte tabela:

POSSIBILIDADES	ESTADO A	ESTADO B
P₁	α_1, α_2	
P₂		α_1, α_2
P₃	α_1	α_2
P₄	α_2	α_1

Tabela 2.1.: estatística Maxwell-Boltzmann para partículas clássicas

$$\sum_{i=1}^{4} p_i = 1 \quad \forall\, i(P_i \geq 0)$$

[83] A exposição daqui em diante segue French, S. & Krause, D. [60]

[84] Na Mecânica Quântica formula-se o conceito de particula elementar caracterizando tais entidades de acordo com certo número de propriedades intrinsecas como *massa*, *carga elétrica* e *spin*. Por exemplo, o elétron possui *massa* $m = 9{,}1\times 10^{-28} g$, *carga elétrica* $c.e. = 4{,}8\times 10^{-10} e.s.u.$ e *spin* $s = 1/2$.

De acordo com a mecânica estatística clássica, as situações dadas por $\boldsymbol{P_3}$ e $\boldsymbol{P_4}$ são computadas como distintas, obedecendo uma "estatística" que é chamada de estatística de Maxwell-Boltzmann. Esta conjuntura deriva do fato de na física clássica as partículas ser admitidas como indivíduos, mesmo não possuindo propriedades que permitam distingui-las.[85]

Por outro lado, se as partículas α_1 e α_2 são entidades quânticas, devido a possibilidade de emaranhamento, as situações em $\boldsymbol{P_3}$ e $\boldsymbol{P_4}$ são contadas como a mesma. Neste caso, existem duas estatísticas principais: Bose-Einstein e Fermi-Dirac consoante com as duas categorias de partículas conhecidas pela mecânica quântica: bósons e férmions.

A exposição feita nos parágrafos anteriores assinala para o fato de que os rótulos lingüísticos utilizados para nos referir às partículas p_1 e p_2 não representam coisa alguma na mecânica quântica (não funcionam como *nomes* de entidades). Obviamente o uso desses rótulos indica que as partículas p_1 e p_2 são indivíduos distintos, mas em que acepção? Possuem de fato individualidade? Podemos dizer que, aparentemente, as linguagens construídas a partir de nossa experiência ordinária, e em grande proporção, de nossa constituição neurofisiológica, não são adequadas para tratar das entidades da microfísica; Erwin Schrödinger foi um dos que enfatizou a necessidade de se considerar uma linguagem mais adequada que dissesse respeito à 'real' partícula quântica. (*Cf.* Krause, D. [81], p.154)

Granger confirma as ponderações anteriores, fazendo alusão à linguagem da física e a racionalidade da ciência, ao asseverar: "Quando se fala de elétrons, só podemos ser orientados pelas sugestões da linguagem habitual, pensar em partículas de matéria individualizadas dotadas de uma forma e de um movimento definidos, discerníveis entre si,

[85] A busca de um princípio de individuação é bastante controvertida mesmo para a física clássica. Assim, as opiniões sobre o tema são bastante variadas. Alguns filósofos sustentam, por exemplo, a existência de alguma forma de *substratum* para além das propriedades perceptíveis dos objetos; Para John Locke os objetos teriam um 'Eu não sei o quê' (*I don't know what*). Outra forma de caracterizar a individualidade é considerar a localização espaço-temporal, já que na física clássica vale o postulado da impenetrabilidade, ou ainda, considerar o que já dissemos a respeito dos pacotes de propriedades. Pode-se ainda pensar uma outra via, que vê a individualidade como uma categoria construída pelos sujeitos a partir da perspectivas que estes têm do objeto. Neste caso, a individualidade não estaria nos objetos propriamente, mas a partir da perspectiva dos sujeitos relativamente aos objetos. A individualidade seria uma construção pragmática dos sujeitos.

por menor que seja a sua suposta dimensão. Ora, entraria em contradição o físico que assim concebesse o elétron. Nestas condições, já não é um objeto no sentido habitual do termo que a ciência manipula. Ela [a ciência] teve, conscientemente ou não, de renovar os seus conceitos, e a história das idéias prova ter havido uma evolução da razão" (*Cf.* Granger, G.G. [65], p. 61).

Em síntese, a noção usual de identidade parece não valer nos domínios da microfísica, e a construção de teorias que divirjam da racionalidade tradicional, caracterizada por certos pressupostos, como o princípio de identidade, parece perfeitamente plausível e quiçá necessária pelas exigências das transformações por que passaram a ciência presente.

Conclui-se que as formas de encarar a razão tal como tracejado anteriormente, se evidenciaram impotentes para dar conta do estado de coisas na Matemática e na Física contemporâneas. Assim, parece sensato afirmar que a estrutura da razão não está determinada aprioristicamente, ou seja, não há categorias (como espaço, tempo, individualidade) e princípios (como identidade e não-contradição) finais da racionalidade. A razão científica, como diria Newton da Costa, vai se constituindo à medida que sua história se desenrola, não de qualquer maneira, mas conforme a dinâmica da própria atividade científica que tem caráter progressivo, como estudaremos no último capítulo.

Capítulo 3

A Estrutura da Racionalidade Científica

3.1. Razão, linguagem e experiência.

> "Em síntese, sem linguagem e, em particular, sem simbolismo e formalismo, não há razão; ou pelo menos, esta não pode exercer suas funções em toda sua plenitude" (*Cf.* Costa, N.C.A. [28], p. 35).

> "As leis lógica têm dupla face: uma reflete a atividade racional e outra, os caracteres mais gerais dos objetos, em particular dos objetos reais." (*Cf.* Costa, N.C.A. [28] p. 113)

Como já tivemos a oportunidade de advertir, (*Cf.*cap.1 p.15) a racionalidade num sentido amplo, pode ser entendida como o que é compatível, de alguma forma, com a razão. A razão por seu turno é a faculdade do pensamento discursivo, comumente associada à capacidade cognitiva, que se articula em conceitos e juízos encadeados por certa estrutura demonstrativa, que pode apresentar maior ou menor rigor, relativamente ao contexto lingüístico em que se materializa. [86] Assim, por meio da razão, concebemos conceitos[87], alguns muito gerais, como certas categorias (conceitos-chave) que permitem coordenar e sistematizar os dados da experiência possibilitando, entre outras coisas, compreender e explicar a realidade com vistas, por exemplo, efetuar previsões e melhor

[86] Uma característica da razão é a de poder exercer sua atividade por meio de conceitos e proposições, até certo ponto, vagos e inexatos, não exigindo precisão absoluta. Evidentemente, porém, que em certos contextos, um maior rigor é requerido, particularmente, aqueles em que as ciências formais se fazem presentes. Nessas disciplinas são construídas certas classes de linguagens em que se procuram evitar a vaguidade e ambigüidade das linguagens naturais.

[87] Podemos dizer que sob certos aspectos toda a ciência se constitui em última instância numa vasta teia de conceitos interconectados, uns mais específicos e, relativos a determinadas áreas do conhecimento, por exemplo, conceitos como massa, momento, partícula, na física, outros, mais gerais, comuns a diversos campos do saber, por exemplo, conceitos como propriedade, objeto e relação. Também o senso comum se articula por meio de conceitos. Em síntese, podemos afirmar que não há racionalidade sem conceituação.

nos adaptarmos ao contorno. Também por meio da razão combinamos conceitos, estabelecendo juízos que podem ter a função tanto de descrever *estado de coisas*, quanto, sob certas circunstâncias, a de princípios ou cânones, que visam regular nossas inferências, sejam essas dedutivas, sejam indutivas, como deixaremos patente adiante.

Destarte, a partir do que foi dito acima, podemos, reiterando o que já dissemos, em princípio, distinguir duas funções da razão: uma *constitutiva* e outra *operativa* (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p.2). Por meio da função constitutiva, em grande medida, em consonância com a experiência, estabelecemos conceitos e categorias. Já pela função operativa, combinamos conceitos, julgando e inferindo. Particularmente, a constituição de certos cânones por meio da função operativa, é possível à razão estender os marcos da experiência, através de inferência e, deste modo, construir certas estruturas abstratas que vão muito além daquela, especialmente as ciências lógico-matemáticas são um produto da função operativa da razão. (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p. 3).

Pelas funções constitutiva e operativa da razão estabelecemos conceitos, categorias e princípios, em parte, a partir do contato com o universo que nos cerca. Visivelmente, este contato é deveras complexo, somos constantemente afetados por diversas formas de radiação, sons, etc., nossos órgãos dos sentidos captam e processam uma avassaladora quantidade de informação. Desta conta, podemos afiançar que a interação da razão com o contorno, está intimamente balizada pela natureza de nossos órgãos dos sentidos, como lembra da Costa: "se ele [o homem] dispusesse do ouvido diferente, poderia ser afetado por sons que lhe são inaudíveis, teria, por exemplo, a acuidade auditiva do cão, analogamente, se o seu olfato fosse mais potente, aproximar-se-ia, nesse sentido, de outros mamíferos em cuja vida o olfato desempenha papel preponderante". (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29], p. 155) e, ainda, para nosso autor: "O espaço-tempo como percebemos ou elaboramos, acha-se vinculado à nossa capacidade sensorial e a articulação dos sistemas nervoso e cerebral, pequenas mudanças nesse sistema produziriam, seguramente, enormes alterações no conteúdo intuitivo do contorno espaço-tempo" (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29], p 156). Com isso, deduz-se que na gênese e formação de conceitos, categorias e princípios pela razão, a partir do contorno, se estabelecem ao que parece, ao menos parcialmente, pela nossa estrutura neurofisiológica em conjunção com o contorno. [88] Diversos aspectos podem

[88] Embora, aparentemente, nossa estrutura neurofisiológica e nossos órgãos dos sentidos sejam, em parte, determinantes e até mesmo fundamentais na forma como interagimos com a natureza, também participam

ser considerados, na forma como percebemos o mundo, e como estabelecemos categorias e princípios, da Costa assevera, *e.g.*, que os objetos que nos cercam tendem [aparentemente] a permanecerem idênticos a si mesmos, pelo menos durante certo período de tempo, ou ainda, que um objeto, não pode ter e não ter certa propriedade nas mesmas circunstâncias, como estar e não estar em um determinado lugar em um determinado tempo, ou ter e não ter certo formato, etc. (*Cf.* da Costa, N. & Krause, D. [44], p.1).

Essas idéias parecem sugerir que a razão não é auto-suficiente, e que a origem dos princípios racionais tem caráter fortemente empírico. É a partir de nossa interação com o meio, que certas sistematizações racionais são possíveis, *v.g.*, a geometria euclidiana como já por nós aludida, a mecânica de Newton e mesmo a lógica tradicional. Seguramente a experiência, em última instância, contribui para legitimar as normas ou princípios da racionalidade, que podem variar com a evolução do conhecimento. Especialmente a lógica tradicional ou clássica, que para alguns filósofos, teria o objetivo de traçar os esquemas de um pensamento racionalmente correto e independente da natureza dos objetos ao qual se aplique, mostra-se, na verdade, profundamente associada aos objetos macroscópicos de nossas percepções ordinárias, e a forma como construímos certos enunciados muito gerais sobre esses. Vale notar, porém, que os objetos da física quântica parecem sugerir de diversas formas uma lógica distinta da clássica, embora, isso ainda seja objeto de inúmeras discussões e polêmicas. [89]

Dado o caráter conceitual da função constitutiva da razão, deduz-se imediatamente a importância da linguagem para a compreensão dos contextos racionais, de fato, os contextos racionais são, em última instância, contextos lingüísticos, que os princípios lógicos apenas em parte refletem a estrutura inferencial. Assim, em certa proporção, as leis da razão são suscetíveis de ser obtidas pela análise crítica dos contextos de exposição científica. Esses se compõem de sistematizações lingüísticas em que se comunicam os resultados das perquirições científicas em dado momento histórico-social. Na verdade, podemos mesmo dizer que, os princípios da lógica explicitam a "legitimidade" da razão em

dessa interação, aspectos culturais, em especial, a evolução da ciência, constitui, segundo nosso ponto de vista, fator preponderante na evolução de nossa interação com o mundo e, na constituição de nossa racionalidade. Desta forma, por exemplo, a constituição de certos instrumentos conceituais, como as noções de campo, partícula ou adaptação, ou instrumentos tecnológicos, como o microscópio e o telescópio e mesmo aceleradores de partículas, alteram profundamente nosso modo de interagir com a natureza, permitindo-nos ultrapassar, ainda que parcialmente, certas limitações impostas pelos nossos órgãos dos sentidos.

[89] *Cf.*, *e.g.*, Mittelstaedt, P. [96]. *Does Quantum Physics Requires a New Logic?*

dado contexto, mas não a esgotam. Disso, concluí-se que não há atividade lógico-racional sem o veículo lingüístico. Os resultados acabados e finais da razão materializam-se em contextos lingüísticos. Certamente, se pretendemos tratar de forma adequada da racionalidade científica, ao menos nos contextos de exposição, torna-se imprescindível nos debruçarmos sobre alguns aspectos da Teoria da Linguagem e das relações dessa com a racionalidade. "Aliás, convém insistir, a ciência feita, o contexto científico que se comunica é um corpo lingüístico" (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p. 23).

Uma linguagem $\boldsymbol{L}$, de um ponto de vista mais geral, pode ser entendida, ainda que sem a devida precisão, como um conjunto ordenado de símbolos empregados de modo sistemático e orgânico com finalidade substantiva à comunicação (intersubjetiva). [90] Vamos considerar, para todos os efeitos, apenas as linguagens escritas, para facilitar nossa exposição.

Charles S. Peirce e Charles Morris propunham que se fizesse a descrição dos sistemas de símbolos, ou linguagens, de acordo com três aspectos ou funções: (*Cf.* Lopes, E. [89] p.17).

i) Do ponto de vista formal, ou seja, das relações estritamente simbólicas ou *função sintática*.
ii) Do ponto de vista das relações de símbolos como objetos extralingüísticos ou *função semântica*.
iii) Do ponto de vista das relações dos símbolos para com os seus usuários, isto é, as relações da linguagem com outras dimensões da atividade humana, a *função pragmática*.

A sintaxe de uma linguagem, que indicamos por $\boldsymbol{L}_{\varsigma}$, constitui-se basicamente num formalismo que pode apresentar maior ou menor rigor relativamente ao contexto em que se manifesta. Assim, em linguagens ordinárias, pelo seu caráter fortemente vago, não é possível tratar sem ambigüidade muitas questões atinentes às ciências formais, por outro

[90] A intersubjetividade, basilar nos processos comunicativos, constitui, a nosso ver, parte integrante do conceito de racionalidade. Um discurso racional, que não seja em princípio intersubjetivo, e ao mesmo tempo, um discurso intersubjetivo que não seja em princípio racional, parece uma contradição de termos. Assim, se a racionalidade implica intersubjetividade, um discurso intersubjetivo é, em seu limite ideal, estritamente universal.

lado, linguagens artificiais, caracterizam-se usualmente pelas busca de rigor que não comparece naquelas. Destarte, adverte da Costa, que um dos motivos que deu origem à simbolização da lógica, reside no fato de a razão, para ser capaz de exercer plenamente sua função de modo conveniente, é de tal natureza que os expedientes comuns das linguagens ordinárias não bastam. Convém frisar ainda que nessa mesma linha de raciocínio, Frege, em seu *Begriffschrift*, ao avaliar as vantagens e desvantagens das linguagens formais e naturais, conclui que as primeiras se assemelham a ferramentas especializadas e, conseqüentemente, eficientes para determinados propósitos num âmbito delimitado de tarefas, ao passo que, as últimas, semelhantes à mão humana, mais versátil, porém, menos eficiente para qualquer tarefa mais específica (*Cf.* Haack, S. [67], p.13). Nitidamente, numa linguagem artificial tal como da lógica e da matemática, eliminam-se certas "dificuldades" encontradas comumente em linguagens naturais, como a ambigüidade, a auto-referência e vaguidade.

O segundo aspecto da linguagem é sua função semântica, que aqui indicamos por $\boldsymbol{L}_{\sigma}$. Uma linguagem guarda relações com objetos e estado de coisas: alguns símbolos referem-se a entidades e suas expressões referem-se a fatos. Sem a dimensão semântica não seria possível tratar em ciência, por exemplo, de noções como verdade, denotação, sentido, referência, entre outros.

Por fim, para além das funções sintática e semântica, uma linguagem apresenta uma dimensão pragmática, que denotamos por $\boldsymbol{L}_{\rho}$. Claramente o uso de linguagens encontra-se comprometido por fatores psicológicos, sociais e históricos, irredutíveis aos seus aspectos puramente formais ou de representação de objetos e fatos, em síntese, pela dimensão pragmática, em que interfere o modo como o homem faz uso da linguagem. É só, então, por abstração, que em certas situações (de maneira especial em ciência formais), damos ênfase a sintaxe e semântica.

Feitas as digressões acima sobre as dimensões sintática, semântica e pragmática da linguagem, vamos, na seqüência, dar atenção às conexões entre linguagem e racionalidade seguindo de perto o exposto por Newton da Costa no *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica*. (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] §6)

Como já dissemos, a razão em sua atividade vale-se de categorias que se acham imbricadas com aspectos lingüísticos. Daí, para tratar, entre certos limites, das categorias do pensamento racional, torna-se imprescindível levar em conta como as diversas linguagens se estruturam. Para tanto vamos considerar aqui uma classe de linguagens formais de grande capacidade expressiva, nas quais se podem estruturar, em tese, qualquer teoria científica ordinária, e mesmo amplos fragmentos da linguagem natural[91]. É patente que via processos lingüístico-formais pode-se prosseguir nossa investigação segundo uma analogia devida à Russell e Whitehead, por vôo cego, haja vista que as coisas nesse nível são bem pouco intuitivas ou familiares. (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p.35) A intenção básica é mostrar vínculos entre as categorias racionais e gêneros sintáticos de tais linguagens.

As linguagens formais que consideramos arquitetam-se da seguinte forma: (1) um conjunto não vazio e enumerável de símbolos, denominado os símbolos primitivos de ***L***, também chamado vocabulário; (2) um conjunto de expressões que se formam a partir de qualquer seqüência finita de símbolos primitivos de ***L***; (3) Um subconjunto (não-vazio) de expressões, ditas expressões bem formadas (expressões significativas), ou simplesmente fórmulas[92]. (4) um procedimento efetivo (gramática) que permite decidir sem ambigüidade quais expressões de ***L*** são fórmulas. As fórmulas de ***L*** devem estar distribuídas em classes, que se denominam *gêneros sintáticos*; o conjunto desses gêneros deve ser enumerável.

Conforme da Costa, importa notar que as fórmulas de uma linguagem formal ***L*** devem possuir gêneros sintáticos fixos, que permitam estabelecer uma classe de linguagens convenientemente elaborada com o fito de evitar ambigüidades e vagueza, comum nas linguagens ordinárias, como o português. Visivelmente, as ambigüidades corriqueiras nas linguagens naturais derivam essencialmente do fato de que os gêneros sintáticos de suas expressões não se acham definidos de maneira rigorosa[93]. Caso exemplar, que examinamos

---

91 Aqui se encontra uma tese já defendida por R. Montague segundo o qual é possível desenvolver tanto a sintaxe como a semântica de linguagens formais e de fragmentos de linguagens naturais dentro de uma mesma teoria lógico-matemática (*Cf.* Stegmüller, W. [142] p. 35)

92 As fórmulas de ***L*** são construídas usualmente escrevendo-se uma expressão bem formada α e, à sua direita, n $(n \geq 0)$ fórmulas $A_1, A_2, \ldots, A_n$. O número n (peso de α) e os gêneros de $A_1, A_2, \ldots, A_n$ dependem do gênero k de α, o que as regras gramaticais devem deixar claro. Como conseqüência, o gênero k de α pode ser representado como $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n, k \rangle$, onde $a_1, a_2, \ldots, a_n$ são, respectivamente, os gêneros de $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

93 A idéia central aqui é a de que a razão cientifica usualmente para exercer sua atividade convenientemente e de modo rigoroso busca, entre outras coisas, conformar-se a linguagens que permitam evitar (ou que

de passagem, é o do verbo "ser" que pode desempenhar diversas funções lógicas, servindo em certas situações para a formulação de *afirmações de identidade* ("Curitiba é a capital do Paraná"), para a formulação de *predicações* ("Curitiba é uma cidade") ou, ainda, como *operador existencial* ("Deus é"). Evidentemente, os diversos usos possíveis desse verbo não se enquadram, sem ambigüidades, num mesmo gênero sintático. Por outro lado, o tratamento dos gêneros sintáticos em linguagens formais pretende classificar de modo preciso a classe gramatical das palavras (em substantivo, verbo, adjetivo, etc.), de tal sorte que os símbolos tenham sentido unívoco nos contextos racionais. "Sem esse requisito, os contextos careceriam, em última instância, de precisão e de objetividade. Evidentemente, a normalidade é um ideal, que na prática nem sempre se pode satisfazer de modo pleno". (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p. 37)

Com o intuito de melhor aclarar as relações entre gêneros sintáticos e categorias racionais vamos tracejar, a título de exemplo, uma linguagem $\boldsymbol{L_t}$ alicerçada numa versão da teoria simples de tipos de Ramsey. (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p.37s)

Definição de tipo: 1. i e j são tipos. [94] 2. Se α e β são tipos, então $\langle \alpha , \beta \rangle$ é um tipo; 3. Os únicos tipos são os fornecidos pelas cláusulas 1 e 2. O conjunto dos tipos será designado por $\mathfrak{I}$.

Com essa definição recursiva, podemos obter um conjunto infinito de tipos. O procedimento é o seguinte: (i) começamos com os tipos básicos i e j; (ii) com os tipos básicos pela clausula 2, obtemos $\langle i,i\rangle,\langle j,j\rangle,\langle i,j\rangle$ e $\langle j,i\rangle$; (iii) com os tipos básicos e os tipos obtidos no passo anterior, obtemos $\langle i,\langle i,i\rangle\rangle,\langle\langle i,i\rangle,j\rangle,\langle\langle i,j\rangle,j\rangle$, etc.; (iv) com os tipos obtidos no passo (ii), podemos obter $\langle\langle i,i\rangle,\langle i,i\rangle\rangle,\langle\langle i,i\rangle,\langle i,j\rangle\rangle$, etc. Esse processo

diminuam consideravelmente) ambigüidades e vagueza, de tal sorte que as expressões usadas na ciência sejam intersubjetivamente inteligíveis. Claramente, só há ciência onde a discussão é possível, e para haver discussão, esclarecer conceitos é aspecto indispensável de qualquer atividade científica. Não há racionalidade científica onde alguém tão somente elabore pensamentos sobre algo, privadamente; a razão científica se estabelece na medida em que idéias se tornam comunicáveis.

[94] i é o tipo dos indivíduos e j, o das proposições.

pode seguir *ad infinitum*, deixando-nos com um conjunto infinito e enumerável de tipos. O passo seguinte é associar as expressões da linguagem a ser "tipada", no caso ***L****t*, aos tipos lógicos.

Os símbolos primitivos de ***L****t* são os seguintes:

- Para cada $t \in \Im$, um conjunto enumerável infinito de *variáveis*, ditas variáveis do tipo *t*. (o gênero sintático das variáveis de tipo *t* será designado por I_t).
- Para cada $t \in \Im$, um conjunto enumerável de *constantes* desse tipo. (O gênero sintático das constantes é designado por II_t).
- *Conectivos:* monádico $\neg$ (negação de gênero III_1); binários $\wedge$ (conjunção), $\vee$ (disjunção), $\rightarrow$ (implicação) e $\leftrightarrow$ (equivalência) de gênero III_2.
- *Quantificadores:* $\forall$ (qualquer que seja) e $\exists$ (existe); ambos de mesmo gênero sintático IV_1.
- Operadores: uma família finita ou enumerável de *operadores*, cada um tendo um peso fixo, maior do que zero (gênero dos operadores de peso $n(n > 0)$ é designado por V_n);
- Operadores que formam termos ligando variáveis: uma família finita ou enumerável de símbolos, cada um tendo um peso fixo maior do que zero (gênero de um operador, que forma termos ligando variáveis, de peso $n(n > 0)$: VI_n).

A gramática de ***L****t* em que se define expressão bem formada (termos e fórmulas) é dada pelas seguintes regras:

i) Se x for uma constante ou variável de tipo i, então x é um termo de tipo i;
ii) Se x for uma variável ou uma constante de tipo j, então x é uma fórmula atômica;
iii) Se k for uma constante ou uma variável de tipo $\langle t_1, t_2, \ldots, t_n \rangle, n > 0$, e $X_1, X_2, \ldots, X_n$ forem termos respectivamente de tipos $t_1, t_2, \ldots, t_n$, então

$kX_1, X_2, \ldots, X_n$ é uma fórmula atômica;

iv) Se k for um operador de peso n e $X_1, X_2, \ldots, X_n$, forem termos de tipo i, então $kX_1, X_2, \ldots, X_n$ é um termo de tipo i;

v) Se x for uma variável e α for uma fórmula, então $\forall x\alpha$ e $\exists x\alpha$ são fórmulas;

vi) Se α e β forem fórmulas , então $\alpha \rightarrow \beta, \alpha \wedge \beta, \alpha \vee \beta, \alpha \leftrightarrow \beta, \neg \alpha$ também são fórmulas;

vii) Se $X_1, X_2, \ldots, X_n$ forem variáveis de tipos respectivamente $t_1, t_2, \ldots, t_n$, y for um operador que forma termos ligando variáveis de peso n, e α for uma fórmula, então $yX_1, X_2, \ldots, X_n\alpha$ é um termo de tipo $\langle t_1, t_2, \ldots, t_n \rangle$;

viii) Os únicos termos e fórmulas, isto é, as únicas expressões bem formadas de $\boldsymbol{L_t}$, são dadas pelas regras acima.

Para concluir a definição da linguagem $\boldsymbol{L_t}$, deveríamos introduzir sua estrutura dedutiva, formulando axiomas e regras de dedução adequadas. Vamos, porém, deixar para tratar da estrutura dedutiva adiante. De qualquer forma, é fácil notar que $\boldsymbol{L_t}$ pode ser ampliada de diversas formas, por exemplo, pelo acréscimo de operadores modais ou de tempo.

De acordo com da Costa, quase toda matemática usual pode ser edificada tendo $\boldsymbol{L_t}$ por base, o mesmo ocorrendo com as teorias científicas ordinárias, desde que se amplie $\boldsymbol{L_t}$ de modo apropriado. (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p.39) Portanto, essa linguagem convenientemente ajustada, mostra-se capaz para alicerçar ampla gama de contextos racionais. Evidentemente, nota-se que os gêneros sintáticos como termo, predicado e sentença atômica correspondem às categorias racionais de objeto, de relação e fato. "De modo geral, os gêneros sintáticos tornam explicitas as categorias lógicas fundamentais da razão constitutiva". (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p.39)

Na interação com o mundo, a razão constitutiva estabelece como sistema de referências um conjunto enumerável de categorias lógicas, as quais podem ser explicitadas pelos gêneros sintáticos que se encontram pela análise de linguagens como $\boldsymbol{L_t}$. Categorias menos gerais do que as lógicas, como as de causa, espaço e tempo, se estabelecem pelo sistema simbólico e conceitual das ciências particulares. De qualquer forma, para da Costa, as categorias destas ciências devem constituir-se particularizações das categorias lógicas mais gerais.

A partir do que foi dito acima, pode-se argüir sobre a possibilidade de esboçar uma classificação das principais categorias da racionalidade científica. Embora esse não seja nosso propósito, cumpre observar que um sistema de categorias racionais não constitui algo definitivo, já que a razão evolui com a própria atividade científica. Assim, adverte da Costa, que a existência ao longo da história da filosofia de diversos sistemas de categorias, como os de Aristóteles, Kant, Hartmann e Windelband, comprovam que qualquer tentativa de elaborar uma teoria definitiva de categorias ontológicas da racionalidade parece fadada de antemão ao fracasso.

Sintetizando o que dissemos, os contextos racionais retratam, entre limites, a atividade racional, particularmente a razão científica. Ao abordamos as conexões entre linguagem e racionalidade, tratamos de evidenciar as íntimas vinculações entre gêneros sintáticos e categorias racionais. Essas categorias (ao que parece) correspondem, ao menos parcialmente, ao próprio tecido do contorno, já que se configuram a partir de nosso contato com a realidade, que por sua complexidade, não se deixa fixar de uma vez por todas.

De qualquer forma, vale dizer, que para nosso autor, "as categorias lógicas constituem uma espécie de denominador comum de todas as ciências, ao passo que as demais são subjacentes a grupos amplos de disciplinas científicas. Portanto, a lógica, quando encarada como ciência que serve de fundamento às outras, é o estudo das categorias mais gerais da razão e de seus princípios, princípios estes que regem o pensamento objetivo. Tais categorias e leis são verdadeiros pontos cardeais do contexto racional. Daí um sistema lógico ou uma lógica, em sentido estrito, compor-se de um sistema orgânico de categorias gerais e de leis convenientes que as regulam, funcionando como arcabouço formal dos contextos racionais. Todavia, tanto as categorias lógicas como as leis que as governam não são imutáveis nem fixas [como veremos adiante]". (*Cf.* Costa, N.C.A. [28] p. 41)

3.2. Quatro dimensões fundamentais da razão científica

> "A razão é a faculdade por intermédio da qual concebemos, julgamos e raciocinamos, isto é, refletimos, pensamos."
> (*Cf.* Costa, N.C.A. [29], p. 2.)
>
> "Uma perquirição é científica se busca a quase-verdade racionalmente, isto é, dedutiva, indutiva e criticamente."
> (*Cf.* Costa, N.C.A. [29], p. 204)

Tendo feito as observações acima, sobre alguns aspectos mais gerais da racionalidade associadas às funções constitutiva e operativa da razão, bem como a relevância da teoria da linguagem para a compreensão da racionalidade científica vamos, no que segue tratar de quatro dimensões da racionalidade apontadas por da Costa, principalmente em [29], mas que sofreram algumas alterações em outras exposições como [15] e [16]. Nossa exposição terá aqui a seguinte estrutura: [95]

i. *Dimensão lógica*: qualquer sistema cognitivo científico invariavelmente envolve, em maior ou menor grau, uma lógica subjacente, que pode ser ou não explicitada.[96] Uma lógica é aqui entendida, grosso modo, como um sistema de cânones baseado num sistema de categorias, que permite, entre outras coisas, inferir, julgar e padronizar certas operações que contribuem para legitimar de um ponto de vista racional o corpo da ciência em determinado contexto de seu desenvolvimento histórico.
ii. *Dimensão indutiva*: no processo de constituição do conhecimento científico necessitamos de procedimentos indutivos que nos forneçam, entre outras coisas, pontos de partida para nossas deduções. Como observa da Costa: "A indução, pois,

[95] Evidentemente, as dimensões da racionalidade científica acima, indicam apenas traços muito gerais da racionalidade, constituindo, tão somente, uma aproximação que, segundo da Costa, pode vir a ser aprimorada. Uma analogia, com o que ocorre na ciência pode aqui ser feita: assim, na física tratamos com idealizações que são apenas aproximações de casos reais, por exemplo, quando tratamos do movimento de corpos rígidos, sem atrito, ou o choque de corpos perfeitamente elásticos, lidamos com estruturas teóricas que a rigor não correspondem a nada que se encontre efetivamente na realidade, embora esses conceitos caracterizem muito bem o que se passa entre certos limites.

[96] Em certos contextos teóricos, explicitar a lógica subjacente constitui fato desejável porque permite deixar claro, por exemplo, os princípios básicos de uma disciplina, ou explicitar a linguagem e sua capacidade expressiva, além de se poder considerar a possibilidade de fundamentar a disciplina em lógicas distintas da clássica, o que pode ser bastante útil de um ponto de vista prático, embora o debate em torno disso seja algo ainda bastante polêmico entre os especialistas: (*Cf.* Weingartner, Paul. [153]).

constitui-se sobretudo em método de descoberta, enquanto a dedução, em método de exposição e de sistematização". (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p. 23)

iii. *Dimensão alética*: esta dimensão diz respeito aos propósitos da investigação científica – a ciência busca, entre outras coisas, certas regularidades na descrição da experiência, em síntese, podemos dizer que na ciência há compromisso com alguma noção de verdade. (*Cf.* Newton-Smith, [102] p.4)

iv. *Dimensão crítica*: a atividade crítica da razão constitui-se basicamente em atividade informal, não possuindo caráter rígido. Consiste na reflexão entorno de idéias, de pressupostos, e da linguagem entre outras coisas. Trata-se de análise conceitual que visa à elucidação de conceitos e pressupostos teóricos, além da dialetização de concepções.

3.2.1. Dimensão lógica da racionalidade

> "O que a lógica afirma é o que se pode afirmar sobre os objetos de qualquer ciência. A lógica é, como sugeriu Tarski, o denominador comum das ciências especiais".
> (*Cf.* Quine, W. O. [122] p. 22)
>
> "A lógica antiga está para a nova lógica, menos como outra ciência anterior, do que como um fragmento pré-científico da mesma disciplina. Nas palavras de Whitehead: 'no desenvolvimento moderno da lógica, a lógica aristotélica tradicional apresenta-se como uma simplificação do problema completo que o assunto comporta. Há, nisto, uma analogia com a aritmética das tribos primitivas comparada à matemática moderna". (*Cf.* Quine, W. O. [122] p. 15)

De acordo com da Costa, no tocante as relações entre razão e lógica, existem duas posições básicas, que ele chama de dogmática e dialética (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p.17). A primeira se caracteriza pela identificação entre razão e lógica, isto é, pela idéia de que os princípios basilares da razão (ao menos nos contextos de exposição) se constituem pelas leis da lógica (matemática) tradicional, que é, segundo este ponto de vista, a única lógica possível, absolutamente independente da experiência, imutável e irretorquível em seus princípios. Essa lógica pode apenas variar em questão de detalhes, particularmente lingüísticos. Segundo essa postura, não se pode derrogar os princípios da lógica tradicional sem se invalidar o discurso tornando-o irracional, ou pelo menos, complicá-lo desnecessariamente. Particularmente, para os aderentes deste ponto de vista, o princípio de não-contradição, em suas diversas apresentações, desempenha papel central para racionalidade em geral e na racionalidade científica em especial. A segunda postura, que é a defendida por da Costa, consiste em admitir que não há como tal uma identificação completa entre lógica e racionalidade, embora, aquela desempenhe papel relevante na sistematização dos contextos racionais, notoriamente nos contextos científicos. Também segundo esse ponto de vista, a razão não é absolutamente independente da experiência, de tal sorte que o sistema lógico que espelha o exercício da razão varia conforme os tipos de objetos aos quais se aplica. "Mais precisamente, parte da lógica é alicerçada nas interconexões entre razão e experiência" (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p.17.), isto é, em outras palavras, a experiência contribui de modo decisivo para legitimar os princípios racionais. De mais a mais, para da Costa não há uma única lógica; em princípio existem várias, todas lícitas do ponto de vista racional, como veremos adiante.

Dentre as diversas questões, oriundas da filosofia da lógica, que guardam conexão com o problema das relações entre lógica e racionalidade, três merecem atenção especial relativamente ao que dissemos no parágrafo anterior: (a) a primeira diz respeito à natureza da noção de *conseqüência lógica* ou de dedutibilidade e, como esta, interfere na constituição de uma lógica. Conforme da Costa, o modo de se caracterizar uma lógica, depende, em grande parte, de como se define o operador de conseqüência (*Cf.* da Costa, N.C.A. & Krause, D. [44], p. 48); (b) a segunda questão, a esta atrelada, diz respeito à controvérsia *monismo lógico* versus *pluralismo lógico*. Existe uma única lógica (verdadeira), ou podemos afirmar que, de fato, há diversos sistemas de lógica legítimos? Se este é o caso, então qual a natureza da relação entre lógica e razão? (c) finalmente a terceira questão, que não deixa de estar associada às duas primeiras e a racionalidade científica, reporta-se à *lógica aplicada*. A lógica tem encontrado recentemente inúmeras aplicações que vão da inteligência artificial à lingüística, ética, filosofia do direito e fundamentos da física, entre outras áreas. Vale dizer, importa considerar certos aspectos pragmáticos da lógica além de suas conexões com o *estado de coisas*.

Evidentemente que uma caracterização perfeita do que seja a lógica, tanto num sentido mais amplo do termo – que se presta usualmente a inúmeros usos e abusos e que, ocasionalmente, geram confusões e mal entendidos – quanto num mais específico, como atividade teórica[97], é extremamente difícil, se não impossível, e mesmo, até certo ponto, desnecessário e irrelevante em certos contextos. Entretanto, alguma aproximação pode ser feita para determinados propósitos, se, por exemplo, pretendemos patentear algumas características mais gerais, que importam a uma investigação de suas conexões com a racionalidade.

Assim, podemos dizer que, embora a lógica acomode atualmente diversas dimensões ou facetas[98] que deixam escapar uma definição mais precisa, uma lógica pode ser caracterizada, pelo menos de duas maneiras, que estão intimamente conectadas: uma algébrica e outra lingüística.

Conforme uma perspectiva lingüística, que remonta a Frege e Russell, uma lógica $\mathfrak{L}$ se define a partir de uma linguagem $\boldsymbol{L}$ (que presentemente tende a ser formal), que permite expressar os cânones ou princípios que estabelecem que inferências são válidas em $\boldsymbol{L}$. Particularmente, nessa perspectiva, usualmente ganham relevo dimensões sintática e semântica[99], embora aspectos pragmáticos não possam ser definitivamente afastados. Por outro lado, de acordo com uma abordagem algébrica, que tem em Leibniz, talvez o mais importante precursor, mas que se desenvolve efetivamente com Boole e De Morgan, e mais recentemente com A. Tarski e Paul Halmos, entre outros; uma lógica $\mathfrak{L}$, de um ponto de vista abstrato, pode ser concebida como uma espécie de estrutura conjuntista[100], dada pelo par ordenado $\mathfrak{L} = \langle F, \vdash \rangle$, onde F é um conjunto não vazio, dito usualmente domínio da lógica, cujos elementos são chamados de *fórmulas* e $\vdash$ é uma relação entre conjuntos de

[97] Notamos que se quisermos entender o significado e a natureza da lógica sob esse aspecto, é importante ter em conta que a lógica, hoje é um campo do conhecimento de mesma natureza da matemática. Deste modo, os resultados obtidos em lógica podem ser comparados com os da matemática e mesmo das ciências empíricas, em profundidade e originalidade. Outro aspecto, que não pode ser negligenciado, é o fato da lógica presentemente não se constituir unicamente como uma disciplina de caráter meramente teórico, mas apresentar uma dimensão prática, que abrange desde aplicações à computação até a lingüística.

[98] A lógica envolve hoje diversos campos de investigação, que em princípio são independentes de qualquer aplicação, entre os quais podemos citar o estudo de certas estruturas abstratas, tais como linguagens formais, teoria de modelos, máquina de Turing, etc.

[99] A importância das dimensões sintática e semântica para a lógica foi apontada principalmente por R. Carnap e A. Tarski, por volta de 1930. Em, [28] da Costa faz observações relativas aos aspectos pragmáticos da lógica em diversas passagens.

[100] Que usualmente se estabelece de forma rigorosa numa teoria axiomática como *ZF*, mas que pode ganhar outras formulações, como *NF*.

fórmulas e fórmulas, ou seja, $\vdash \subseteq (P(F) \times F)$, dita relação de dedutibilidade, ou relação de *conseqüência lógica*, em que valem as seguintes propriedades para $\Gamma \subseteq F$, entre outras:

- Se $\alpha \in \Gamma$, então $\Gamma \vdash \alpha$. (conseqüência sintática)
- Se $\Gamma \vdash \alpha$, então $\Gamma \cup \Delta \vdash \alpha$, para qualquer conjunto de fórmulas Δ. (monotonicidade)
- Se $\Gamma \vdash \alpha$ e, para cada elemento $\beta \in \Gamma$, tem-se que $\Delta \vdash \beta$, então $\Delta \vdash \alpha$.

A forma de caracterizar $\mathfrak{L}$ acima indicada, nitidamente não esgota o escopo das possíveis abordagens, e menos ainda todos os aspectos da lógica em seu estado presente. Por exemplo, da Costa aponta para outras formas de abordar, em particular merece destaque sua perspectiva topológica descrita em [34].

Dando continuidade abordagem algébrica, podemos introduzir nas estruturas acima certos operadores. Comumente são adotados os seguintes operadores, que permitem expor os sistemas lógicos mais comuns: $\neg$ é um operador unário dado pela função $\neg : F \to F$, ao passo que $\wedge, \vee, \to$ e $\leftrightarrow$ são operadores binários, ou seja, dados pela função $F \times F \to F$. Deste modo, temos as subseqüentes operações:

- De uma fórmula qualquer $\alpha \in F$, aplicando o operador $\neg$, obtemos a fórmula $\neg \alpha \in F$
- De um par de fórmulas quaisquer $\langle \alpha, \beta \rangle \in F \times F$, aplicando os operadores $\wedge, \vee, \to$ e $\leftrightarrow$,obtemos respectivamente as fórmulas $(\alpha \wedge \beta) \in F$, $(\alpha \vee \beta) \in F$, $(\alpha \to \beta) \in F$, $(\alpha \leftrightarrow \beta) \in F$.

Segundo da Costa e Krause (*Cf.* da Costa, N.C.A. & Krause, D., [44], p. 221) dependendo das propriedades (axiomas) que os operadores obedecem temos sua caracterização, e consequentemente uma lógica particular.

Até aproximadamente o início do século XX, havia uma única lógica teórica (ou formal), mais ou menos como assinalada acima. Porém, no decurso dos últimos anos foram criadas diversas outras lógicas, de modo que a lógica tradicional que remonta a Aristóteles e cujo principal sistematizador foi Frege, ganhou a denominação de Clássica. Podemos asseverar que essa lógica ganhou sua formulação definitiva com A. N. Whitehead e B. Russell nos "*Principia Mathematica*" publicado em três volumes entre 1911 e 1913.

A lógica clássica consiste, grosso modo, no que se costuma chamar Cálculo de Predicados de Primeira Ordem, com ou sem igualdade, bem como algumas de suas extensões, como certas exposições da Teoria de Conjuntos e, determinados Cálculos de Predicado de Ordem Superior[101]. Subsistemas desses indicados também caem sob a mesma denominação, como o chamado cálculo proposicional clássico. A velha silogística de Aristóteles pode, sob certo aspecto, na medida em que remodela por uma linguagem formal, ser completamente descrita no Cálculo de Primeira Ordem monádico (ou seja, contendo unicamente predicados de peso 1), com um caso sem grande proeminência. Basicamente, a lógica clássica trata, em sua parte elementar, sobre os conectivos lógicos (operadores acima), quantificadores e sobre o predicado de igualdade. Em sua porção menos elementar, essa lógica investiga, entre outras coisas, a noção de pertinência. São inúmeras as formulações axiomáticas possíveis da lógica elementar, uma é a seguinte para o chamado cálculo de predicados de primeira ordem com igualdade[102]:

$$\mathfrak{L}^{=}_{CP} =_{\text{def}} \langle \mathcal{F}, \vdash, \neg, \rightarrow, =, \forall \rangle^{103}$$

Em que valem os seguintes esquemas de axiomas (para quaisquer $\alpha, \beta, \gamma \in \mathcal{F}$):

[101] Existem diversas formas de se construir sistemas lógicos mais potentes que a lógica elementar aqui apresentada, e que podem servir de alicerce para a matemática padrão, dentre as quais estão a teoria simples de tipos e a teoria das categorias.

[102] Esta formulação encontra-se em Mendelson, E. [94], p. 57, que indicamos para detalhes mais técnicos e outros aspectos metateóricos.

[103] Outros símbolos podem ser introduzidos por definição. Assim, por exemplo, definimos $\alpha \wedge \beta \underset{def}{=} \neg(\alpha \rightarrow \neg\beta)$.

1. $\alpha \to (\beta \to \alpha)$
2. $(\alpha \to (\beta \to \gamma)) \to ((\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \gamma))$.
3. $(\neg \beta \to \neg \alpha) \to ((\neg \beta \to \alpha) \to \beta)$.
4. $\forall x\alpha(x) \to \alpha(t)$.
5. $\forall x(\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \forall x\beta)$.
6. $\forall x(x = x)$
7. $\forall x\forall y(x = y \to (\alpha(x) \to \alpha(y)))$

Com as restrições usuais, como apontadas por Mendelson (*Cf.* Mendelson, E. [94]).

As regras de inferência são *modus ponens* e *generalização*:

$$\alpha, \alpha \to \beta \vdash \beta \ (MP)$$
$$\alpha \vdash \forall x\alpha \ (GEN)$$

Denotando por $\Gamma \models \alpha$ o conceito de conseqüência semântica, que informalmente diz que α é verdadeira em todos os modelos de Γ, então é possível provar nessa lógica os seguintes teoremas: (1) se $\Gamma \vdash \alpha$, então $\Gamma \models \alpha$ (teorema da correção); (2) se $\Gamma \models \alpha$, então $\Gamma \vdash \alpha$ (teorema da completude de Gödel), que mostram que a lógica elementar tradicional constitui uma estrutura harmoniosa, refletindo otimamente determinados aspectos da atividade racional que parece bosquejar integralmente o mecanismo dedutivo. Assim, "pois não é a dedução o raciocínio que nos leva sempre de premissas verdadeiras a conclusões verdadeiras? E não é justamente o sentido informal dos teoremas da correção e da completude que todas e somente as deduções elementares legítimas estão coligidas pelo cálculo de predicados de primeira ordem? Comparando-se a idéia informal e ingênua que se tem da dedução, com as formulações precisas, tanto sintáticas quanto semânticas, do conceito de conseqüência em lógica elementar, parece lícito afirmar que este constitui a forma distinta e exata daquela. Além disso, os teoremas da lógica elementar são verdadeiros em todas as interpretações; isto traduz, de modo rigoroso, a concepção de Leibniz de que as leis lógicas são verdadeiras em todos os mundos possíveis. Em resumo, a lógica elementar mostra-se, *prima facie*, absoluta e perfeita, inatingível por quaisquer análises críticas" (*Cf.* Costa, N.C.A. [28] p.67s). Além disso, a lógica elementar clássica parece refletir, não apenas a atividade racional, mas uma ontologia, constituindo, no tocando ao contorno, nas palavras de Gonseth, uma física do objeto absolutamente indeterminado, absolutamente qualquer. (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p. 113)

Dentre as leis que vigoram na lógica elementar clássica, três são historicamente notáveis, e mereceram especial atenção, já que se supôs, por muito tempo, que constituíam "*as leis fundamentais do pensamento racional*", elas são usualmente chamadas: lei da identidade, lei da contradição e lei do terceiro excluído. Essas leis possuem diversas formulações possíveis, e nem sempre equivalentes. Indicamos as seguintes versões sintáticas e semânticas dessas leis: (a) *lei da identidade*, numa versão sintática, em uma linguagem proposicional, $\alpha \rightarrow \alpha$, ou $\alpha \leftrightarrow \alpha$ (α é uma variável proposicional), em uma linguagem de primeira ordem teríamos $\forall x(x = x)$. Uma possível versão semântica desse princípio é a seguinte: toda proposição possui um único valor de verdade, ou então, todo objeto é idêntico a si próprio; (b) *lei da contradição* numa formulação sintática, em uma linguagem proposicional pode ser expressa como $\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$, e numa linguagem de primeira ordem fica $\forall x \neg(\mathfrak{F}(x) \wedge \neg\mathfrak{F}(x))$. (isso vale para toda *F*, e o mesmo para o terceiro excluído) Uma formulação semântica desse princípio diz que dadas duas proposições contraditórias, isto é, uma das quais é a negação da outra, uma delas é falsa; (c) *lei do terceiro excluído*, que numa formulação sintática em uma linguagem proposicional fica $\alpha \vee \neg\alpha$ e, em uma linguagem de primeira ordem é formulada como $\forall x(\mathfrak{F}(x) \vee \neg\mathfrak{F}(x))$. Uma formulação semântica desse princípio diz que dadas duas proposições contraditórias, isto é, uma sendo negação da outra, uma delas é verdadeira.

Visivelmente, a lógica clássica pode ser caracterizada por certos princípios básicos, de natureza sintática e semântica, entre os quais, os indicados no parágrafo anterior. Convém notar que esta lógica em sua formulação canônica tal como proposta, por exemplo, nos *Principia*, já levantava, independentemente de seus méritos, uma série de questões polêmicas, ora de ordem técnica, ora de ordem filosófica. Assim, as observações feitas em parágrafo anterior sobre seu caráter absoluto e a inviolabilidade de suas leis estão sujeitas a reparos, como tencionamos demonstrar. Na verdade, as leis lógicas, particularmente as indicadas no parágrafo precedente, podem ser dialetizadas e suas características de universalidade e evidência são ilusórios.

Parece crucial destacar neste ponto, relativamente à questão da oposição *monismo-pluralismo*, já referida, o fato de que a lógica se desenvolveu paulatinamente, nomeadamente a partir de Boole, como estrutura abstrata, em que é possível a disjunção entre seus aspectos sintáticos e semânticos. De um ponto de vista puramente sintático, uma lógica pode se desenvolver como um puro jogo grafomecânico em que interessam apenas a parte combinatória dos símbolos.[104] Com isso, uma lógica pode ser desenvolvida completamente independente, a princípio, de possíveis aplicações ou relações com qualquer conteúdo intuitivo, o que de fato não ocorria com a lógica tradicional.[105] Com isso, seguindo as perquirições de Hilbert, podemos desenvolver sistemas de lógica em que alguns princípios da lógica clássica possam ser violados, por exemplo, o princípio segundo o qual de duas proposições contraditórias, qualquer fórmula da linguagem de $\mathfrak{L}$ pode ser derivada, ou ainda, uma lógica em que o princípio de terceiro excluído não tenha validade. Assim, "passa-se com a lógica algo análogo ao que se passa com a matemática, pelo menos no que diz respeito ao célebre dizer de Georg Cantor de que a essência da matemática radica na sua completa liberdade, caso típico da geometria. O mesmo pode ser dito da lógica" (*Cf.* da Costa, N.C.A. & Krause, D. [44], p.5).

Dentre essas possíveis "lógicas imaginárias" [106] existem aquelas que, de algum modo, completam o escopo da lógica tradicional, sem violar qualquer um de seus princípios. Por exemplo, podemos acrescentar à lógica elementar operadores modais, isto é, operadores expressando os conceitos lógicos de necessidade, possibilidade, contingência e impossibilidade que dão origem à lógica modal (criada por C.I. Lewis), também se pode acrescentar a lógica elementar, operadores deônticos, formalizando noções como proibido, permitido, indiferente e obrigatório, dando origem à lógica deôntica (criada por G.H. Von Wright). Outro exemplo de interesse diz respeito à introdução na lógica elementar de símbolos que indiquem flexões temporais, dando origem a lógica do tempo ou cronológica, desenvolvida principalmente por A. N. Prior. Em síntese, a lógica clássica pode ser suplementada de diversas maneiras, dando origem a inúmeras lógicas não-clássicas, de interesse tanto filosófico quanto científico. Essas lógicas são usualmente chamadas

[104] Cabe observar que as lógicas não-clássicas que se desenvolveram a partir do século XX, nem sempre se originaram como meras estruturas sintáticas, mas em certos casos tiveram motivação semântica, e.g. a lógica polivalente de Łukasiewicz citada adiante.

[105] Algo semelhante ao que se disse sobre as geometrias não-euclidianas no capítulo 2.

[106] Expressão criada por N. Vasiliev para designar sua lógica em oposição a lógica aristotélica que deveria, para ele, se referir ao mundo real, enquanto que sua lógica imaginária referia-se a mundos criados pela imaginação (*Cf.* Arruda, [2] p. 11)

complementares da clássica e consistem basicamente em alterações na sintaxe da lógica tradicional, já que ampliam a linguagem da lógica clássica pelo acréscimo de novos símbolos; isto acarreta, sem dúvida, alguns retoques semânticos, dado que se torna preciso enquadrar a dimensão semântica às novas sintaxes. Vale notar que, embora tais mudanças sejam, sob certos aspectos, marginais, os problemas filosóficos que trazem à tona se mostraram fecundos e têm proporcionado pesquisas que vão da epistemologia (lógica epistêmica), passando por considerações de ordem jurídica (lógica deôntica), até a aplicação em teorias físicas como a relatividade e mecânica quântica.

A despeito de as lógicas complementares possuírem enorme relevância, e terem motivado várias questões, especialmente problemas filosóficos, essas lógicas não alteram profundamente a lógica e racionalidade tradicionais por não modificarem suas leis nucleares. A situação muda completamente de figura no que diz respeito às lógicas chamadas heterodoxas,[107] que sob certo ponto de vista, podem ser consideradas rivais da lógica tradicional, particularmente na medida em que infringem algum ou alguns de seus princípios. A título de exemplo, vamos tratar aqui brevemente algumas dessas lógicas, com o fito de justificar de forma mais completa a idéia de um pluralismo lógico que não permite identificar a racionalidade de modo definitivo com qualquer lógica particular.

Dentre as lógicas heterodoxas que merecem referência, por apresentarem grande interesse, são as chamadas lógicas não-reflexivas,[108] isto é, aquelas na qual o princípio de identidade é derrogado. Como vimos, uma das formas de expressar esse princípio é dado em símbolos por $\forall x(x = x)$ onde x é uma variável individual. Na lógica de primeira ordem essa fórmula é tomada como axioma (lei reflexiva da identidade). Cumpre notar que tradicionalmente o que se entende por identidade (fortemente vinculada à nossa intuição dos objetos macroscópicos ordinários) na lógica elementar é o que pode ser expresso pelos princípios de *identidade dos indiscerníveis* e *indiscernibilidade dos idênticos*, que podem ser expressos em símbolos respectivamente da seguinte forma numa linguagem de segunda ordem $\forall \mathfrak{F}(\mathfrak{F}(\alpha) \leftrightarrow \mathfrak{F}(\beta)) \rightarrow \alpha = \beta$ e $\alpha = \beta \rightarrow \forall \mathfrak{F}(F(\alpha) \leftrightarrow \mathfrak{F}(\beta)$ o que usualmente,

[107] Vale notar que é extremamente difícil uma distinção precisa entre o que chamamos lógicas ortodoxas e heterodoxas, isto na verdade, depende de uma série de considerações, haja vista que em certos contextos uma lógica tomada como heterodoxa pode ser tida como uma ampliação da lógica clássica tradicional. Sobre isso indicamos *Philosophy of Logics* de Susan Haack capítulo 12, da Costa, [29] capítulo 2 e Palau, Gladys, [108].

[108] Essas lógicas têm essa denominação pelo fato de habitualmente o princípio de identidade na linguagem da lógica elementar também ser chamado de lei reflexiva da igualdade, ou da identidade.

expressa: primeiro, $\alpha = \beta$ significa que os objetos denotados por α e β são *o mesmo* objeto (α e β são nomes distintos para um mesmo objeto), ao passo que o segundo princípio diz que se α e β têm exatamente as mesmas propriedades, então são indiscerníveis ou indistinguíveis. Em outras palavras, não podem existir dois objetos que se difiram *solo numero*. Evidentemente a lógica e a matemática usuais são afetadas por esses princípios, que se fundem, haja vista que entidades idênticas partilham as mesmas propriedades, o que nos permite escrever, na linguagem da lógica de segunda ordem, como $\alpha = \beta \leftrightarrow \forall \mathfrak{F}(\mathfrak{F}(\alpha) \leftrightarrow \mathfrak{F}(\beta))$, expressão conhecida como Lei de Leibniz.

A despeito da lei de identidade ser de aceitação imediata por sua aparente 'auto-evidencia' e universalidade, principalmente pelo fato de os objetos ordinários parecerem manter certa identidade ao longo do tempo (identidade transtemporal), e ser mais incisiva ainda relativamente aos objetos abstratos, despertou uma série de dificuldades e polêmicas filosóficas.

Um primeiro obstáculo ao assentimento incondicional do principio de identidade diz respeito ao conceito de propriedade, e à possibilidade de se apontar dois objetos com as mesmas propriedades, por exemplo, duas gotas de chuva que possuíssem as mesmas propriedades, massa, densidade, forma, etc. A questão é a seguinte: se encontrássemos duas gotas com as mesmas propriedades, seria a localização espaço-tempo uma propriedade capaz de distingui-las? A física quântica torna isso no mínimo problemático, já que certas entidades quânticas podem apresentar 'estados de emaranhamento', nos quais nem mesmo uma distinção espaço-temporal é possível. (*Cf.* Krause, D. [82] p. 2). Outra dificuldade diz respeito à noção de identidade ao longo do tempo, já impugnada por Heráclito, para quem a natureza está de tal forma em constante transformação, que não é possível falar em identidade (pelo menos dos objetos reais), o que sintetizou pela afirmação de que não podemos nos banhar duas vezes no mesmo rio.[109] Schrödinger também levantou dúvida sobre tal princípio, afirmando que para partículas como elétrons e prótons, a noção de identidade carece de sentido. Na verdade, não se trata de não se poder saber quando um elétron é idêntico ou não a outro: trata-se, isto sim, da situação de que não parece ter sentido exato afirmar-se que um elétron é idêntico a outro, ou que é distinto desse outro. É

[109] Neste caso poderíamos tentar contornar a objeção introduzindo no princípio um operador de tempo escrevendo algo como $\forall x(x =_t x)$, o que torna a lei bem menos evidente.

nesse espírito que se desenvolveram uma classe de lógicas não-reflexivas chamadas *lógicas de Schrödinger*.(*Cf.* da Costa, N.C.A. & Krause, D. [46]). Assim, parece manifesto que certos desenvolvimentos da física moderna conduzem à dialetização de conceitos fundamentais da lógica elementar, como o de objeto e identidade.[110]

Um segundo exemplo, em que um princípio da lógica elementar é contestado, é dado pelas lógicas paracompletas. Numa lógica paracompleta, o princípio do terceiro excluído é derrogado. Dois exemplos de lógicas paracompletas são a lógica intuicionista de Brouwer e A. Heyting, formalizada na década de 30; e a lógica polivalente, em seu início devida principalmente a Łukasiewicz e E.L. Post (1920).

Para Brouwer e os intuicionistas, o princípio do *tertium non datur* da lógica clássica é inapropriado para as necessidades do caráter construtivo da matemática intuicionista. Na verdade, de acordo com Brouwer, toda a matemática tradicional deve ser abandonada, por constituir-se num empreendimento insensato. Assim, para os intuicionistas, um procedimento comum na matemática padrão, como a prova por *redução ao absurdo*, não constitui um artifício racionalmente válido. A matemática, de acordo com eles, é fundamentalmente uma atividade mental, e os números são entidades mentais, isto é, dizer que há um número com tal e qual propriedade é dizer que tal número é "construtível", o que explica a recusa de demonstrações por redução ao absurdo por parte dos intuicionistas, que não acolhem a existência atual da totalidade dos números, ou seja, uma coleção infinita como algo acabado. Para provar a existência de certo número satisfazendo uma dada propriedade, devemos ser capazes de exibir alguma forma de construção mental (ou pelo menos que isso seja em princípio exeqüível) que nos permita obter este número.

Por considerar a matemática uma atividade mental, Brouwer não apresentou um sistema formal dos princípios lógicos que seriam válidos de um ponto de vista intuicionista. Assim, a lógica intuicionista só ganhou um tratamento formal inicialmente com Heyting, que propôs os seguintes esquemas de axiomas:[111]

[110] É interessante observar que o princípio de identidade permanece válido, entre limites, para objetos macroscópicos, o que significa dizer que ele vige no domínio da física clássica, embora não tenha valor universal como se pensava, já que aparentemente não rege o universo das partículas elementares.

[111] Haack faz ver que o sistema de Heyting tem algumas afinidades com a lógica modal que levantam suspeitas sobre a distinção entre lógica heterodoxa e lógica complementar nesse caso. Naturalmente é preciso notar que não se deve interpretar "classicamente" os conectivos e operadores lógicos que figuram nos esquemas de axiomas precedentes.

1. $\alpha \to (\alpha \wedge \alpha)$
2. $(\alpha \wedge \beta) \to (\beta \wedge \alpha)$
3. $(\alpha \to \beta) \to ((\alpha \wedge \gamma) \to (\beta \wedge \gamma))$
4. $((\alpha \to \beta) \wedge (\beta \to \gamma)) \to (\alpha \to \gamma)$
5. $\beta \to (\alpha \to \beta)$
6. $(\alpha \wedge (\alpha \to \beta)) \to \beta$
7. $\alpha \to (\alpha \vee \beta)$
8. $(\alpha \vee \beta) \to (\beta \vee \alpha)$
9. $((\alpha \to \gamma) \wedge (\beta \to \gamma)) \to ((\alpha \vee \beta) \to \gamma)$
10. $\neg \alpha \to (\alpha \to \beta)$
11. $((\alpha \to \beta) \wedge (\alpha \to \neg \beta)) \to \neg \alpha$
12. $\forall x\alpha(x) \to \alpha(t)$
13. $\alpha(t) \to \exists x\alpha(x)$

As regras de inferência são:

$$\alpha \to \beta(x) \vdash \alpha \to \forall x\beta(x)$$
$$\alpha(x) \to \beta \vdash \exists x\alpha(x) \to \beta$$

O nascimento da lógica polivalente[112] com Łukasiewicz está associada à demanda de ordem filosófica, ao passo que os trabalhos de E.L. Post, da década de 20, estão ligados a questões de ordem técnica. De qualquer modo, foi inicialmente o problema dos futuros contingentes, já aventado por Aristóteles, que parece ter desencadeado o nascimento desse tipo de lógica. Destarte, enunciados como:

(E) *Daqui a trinta dias a bolsa de São Paulo terá uma alta de cinco por cento*

não podem ser considerados, atualmente, nem verdadeiros nem falsos, por isso implicaria que o futuro está determinado – assim, enunciados como (E), para o lógico polonês, teriam como valor de verdade o *indeterminado* (ou possível), caso contrário, seríamos obrigados a admitir um universo fortemente determinista.[113] Vale notar que a lógica polivalente de

[112] Uma introdução histórica (primeiras 16 páginas) à lógica polivalente encontra-se no livro *Many-Valued Logic* de Rescher (*Cf.* Rescher, N. [127])

[113] Deve-se ter em mente aqui como a noção de tempo interfere na verdade (no sentido como

Łukasiewicz teve desenvolvimento inicial de caráter semântico (com a construção de tabelas-verdade polivalentes), e só mais tarde uma apresentação formal (Jaśkowski – 1934). Assim, a lógica trivalente de Łukasiewicz foi inicialmente caracterizada pelas seguintes matrizes:[114]

$$
\begin{bmatrix} \alpha & \neg\alpha \\ \mathrm{v} & \mathrm{f} \\ \mathrm{i} & \mathrm{i} \\ \mathrm{f} & \mathrm{v} \end{bmatrix}
\quad
\begin{bmatrix} \alpha & \beta & \alpha\wedge\beta \\ \mathrm{v} & \mathrm{v} & \mathrm{v} \\ \mathrm{v} & \mathrm{i} & \mathrm{i} \\ \mathrm{v} & \mathrm{f} & \mathrm{f} \\ \mathrm{i} & \mathrm{v} & \mathrm{i} \\ \mathrm{i} & \mathrm{i} & \mathrm{i} \\ \mathrm{i} & \mathrm{f} & \mathrm{f} \\ \mathrm{f} & \mathrm{v} & \mathrm{f} \\ \mathrm{f} & \mathrm{i} & \mathrm{f} \\ \mathrm{f} & \mathrm{f} & \mathrm{f} \end{bmatrix}
\quad
\begin{bmatrix} \alpha & \beta & \alpha\vee\beta \\ \mathrm{v} & \mathrm{v} & \mathrm{v} \\ \mathrm{v} & \mathrm{i} & \mathrm{v} \\ \mathrm{v} & \mathrm{f} & \mathrm{v} \\ \mathrm{i} & \mathrm{v} & \mathrm{v} \\ \mathrm{i} & \mathrm{i} & \mathrm{i} \\ \mathrm{i} & \mathrm{f} & \mathrm{i} \\ \mathrm{f} & \mathrm{v} & \mathrm{v} \\ \mathrm{f} & \mathrm{i} & \mathrm{i} \\ \mathrm{f} & \mathrm{f} & \mathrm{f} \end{bmatrix}
\quad
\begin{bmatrix} \alpha & \beta & \alpha\rightarrow\beta \\ \mathrm{v} & \mathrm{v} & \mathrm{v} \\ \mathrm{v} & \mathrm{i} & \mathrm{i} \\ \mathrm{v} & \mathrm{f} & \mathrm{f} \\ \mathrm{i} & \mathrm{v} & \mathrm{v} \\ \mathrm{i} & \mathrm{i} & \mathrm{v} \\ \mathrm{i} & \mathrm{f} & \mathrm{i} \\ \mathrm{f} & \mathrm{v} & \mathrm{v} \\ \mathrm{f} & \mathrm{i} & \mathrm{v} \\ \mathrm{f} & \mathrm{f} & \mathrm{v} \end{bmatrix}
$$

Outro exemplo de lógica trivalente é a de Kleene que diferentemente daquela de Łukasiewicz não estabelece i como valor de verdade intermediário como sugerido acima, mas como 'indecidível', a ser tomado por sentenças matemáticas que, embora verdadeiras ou falsas, não são nem demonstráveis, nem refutáveis.

Para além dos futuros contingentes, outras motivações podem ser lembradas como motrizes para a polivalência. Este é o caso, *e.g.*, das investigações de U. Blau sobre a aplicação de uma lógica de três valores no tratamento de certos enunciados vagos, no âmbito da linguagem comum, e mesmo em muitas situações, no domínio da ciência.[115] O problema da vaguidade não deve ser confundido com o da dependência do contexto. Por exemplo, na sentença "Curitiba é grande" o predicado não é vago, mas dependente do contexto, no seguinte sentido: se consideramos as cidades do Paraná, Curitiba é 'grande'; mas se considerarmos um contexto mais amplo (que envolve megalópoles como São

---

correspondência) de enunciados. Considere a locução "verdadeiro, no instante *t*" interpretada como: "conhecido como verdadeiro, no instante *t*".

114 Em 1922 Łukasiewicz generalizou seu cálculo proposicional trivalente para uma lógica com qualquer número finito de valores lógicos e a seguir, estendeu-a para cálculos com número infinito de valores de verdade, definindo uma família $Ł_n$ de sistemas polivalentes com n valores de verdade ($n = 1, 2, 3, \ldots, \aleph_0, \aleph_1, \ldots$)

115 Na mecânica quântica há razões para se supor que haja vaguidade no mundo.

Paulo, Nova York e Tóquio), Curitiba é ‘pequena’. Por outro lado, na sentença “João é calvo” o predicado é nitidamente vago. Assim sendo, se considerarmos um predicado *C(x)* $=_{def}$ *x é calvo*, teremos problemas relativamente à semântica tradicional de cunho conjuntista habitual e modulada pela lógica clássica. Nitidamente, segundo as regras semânticas usuais, dados um predicado P (monádico) e uma constante individual α, para sabermos se α tem ou não a propriedade *P* conforme uma interpretação *D* deve-se verificar algo como $D \models P\alpha$, ou seja, se o indivíduo α possui ou não a propriedade *P* (pertence ao subconjunto do domínio que é a extensão de *P*, isto é, ao conjunto dos objetos que tem a propriedade caracterizada por *P*), se isto ocorre, então dizemos que $P\alpha$ é verdadeira de acordo com *D*, e é falsa em caso contrário.

Agora se temos o predicado *C* acima indicado, e se a for um indivíduo do qual não temos a possibilidade de dizer se é calvo ou não, não temos como expressar esse fato segundo as regras da lógica clássica, já que teríamos algo como $(C(a) = \textit{verdadeira}) \vee (C(a) = \textit{falsa})$. Em outras palavras a é calvo ou não é calvo, o que segue da aceitação irrestrita do princípio do terceiro excluído.

Enfim, outra fonte motivadora para uma lógica polivalente de enorme interesse técnico e filosófico encontra-se na física quântica. Um dos primeiros filósofos a cogitar a possibilidade de aplicar uma lógica trivalente à Mecânica quântica foi Reichenbach. (*Cf.* Reichenbach, H. [129] p.144s). Esse filósofo e, posteriormente, também H. Putnam, partindo do chamado paradoxo corpúsculo-onda, defende a adoção de uma lógica trivalente nos moldes de Łukasiewicz para resolver algumas dificuldades levantadas pela mecânica quântica. De acordo com Reichenbach se se adota a lógica clássica como lógica subjacente à mecânica quântica, esta gera alguns resultados inaceitáveis, que ele chamou de ‘anomalias causais’ (enunciados sobre fenômenos quânticos que contrariam a mecânica clássica para objetos observáveis). Estas anomalias causais podem no entanto ser contornadas sem interferir com a mecânica quântica ou a física clássica, pela adoção de uma lógica trivalente. (*Cf.* Haack, S. [67] p. 276) Embora, como escreve Haack, as proposições de Reichenbach pareçam tipicamente *ad hoc,* ficam registradas suas perquirições em torno da possível aplicação de uma lógica trivalente à física quântica.

Para concluir este tópico sobre lógicas polivalentes, cumpre ressaltar que elas se constituem em verdadeiras lógicas heterodoxas, na proporção em que se estabeleceu uma teoria de conjuntos polivalente (devida a Klaua e seus discípulos – *Cf.* Costa, N.C.A. [28] p. 146). Particularmente, merece destaque, nesse caso, a teoria de conjuntos difusos (*fuzzy sets*) que tem logrado aplicações em diversos campos científicos e tecnológicos.

Por fim, encerrando estes comentários sobre lógicas heterodoxas, voltamos nossa atenção para as lógicas paraconsistentes.[116] Para tratarmos desses sistemas, vamos fazer algumas considerações prévias.[117]

Uma teoria dedutiva T cuja linguagem contenha um símbolo de negação (é usual em lógica usarmos o símbolo "$\neg$ ") é dita inconsistente se no conjunto de seus teoremas houver ao menos dois deles, um dos quais é a negação do outro. Assim, se temos como teoremas α e $\neg\alpha$, em geral é possível derivar em T uma contradição, ou seja, a fórmula $\alpha \wedge \neg\alpha$. Casos em que na teoria não se encontram teses contraditórias e que seja possível sua conjunção temos que T é consistente. Ainda, uma teoria T é trivial (ou supercompleta) se todas as fórmulas de sua linguagem são teoremas, na hipótese contrária T é dita não-trivial. Claramente as teorias supercompletas não apresentam interesse algum, haja vista que nelas não é possível distinguir as fórmulas que são teoremas das que não são.

No contexto da lógica clássica, bem como de suas extensões, inconsistência e trivialidade são conceitos indissociáveis, em parte por tradicionalmente se admitir que a consistência seria uma condição *sine quo non* para a racionalidade de qualquer sistema de crenças. Porém, da Costa, com seu sistema de lógica, pretende explicitamente que a demonstração de uma contradição da forma $\alpha \wedge \neg\alpha$, não torne toda fórmula da linguagem demonstrável como na lógica clássica, isto é, pretende sistemas inconsistentes, mas não triviais, ou seja, os cálculos apresentados por Newton da Costa foram erigidos para satisfazer as seguintes condições: (1) o princípio da não-contradição na forma

[116] Vários de tais sistemas, na verdade, uma infinidade deles, foram criados por Newton C. A. da Costa, e foram batizadas de lógicas paraconsistentes pelo filósofo peruano Francisco Miró Quesada, durante o 3º Congresso Latino Americano de Lógica Matemática, realizado em Campinas, São Paulo em 1976. Para Miro Quesada, são as lógicas paraconsistentes que definitivamente rompem com a racionalidade consagrada pela lógica de tradição aristotélica, possibilitando que se possam acolher teorias inconsistentes e a coexistência de sistemas lógicos incompatíveis entre si. (*Cf.* Quesada, F. M. [121])

[117] Nesta seção teceremos algumas observações informais dessa classe de lógicas para no próximo capítulo apresentarmos de modo mais rigoroso.

$\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$ não deve ser válido em geral; (2) não deve ser possível que de $\alpha, \neg\alpha$ deduza-se qualquer fórmula β da linguagem e (3) todos os esquemas e regras de inferência da lógica elementar que forem compatíveis com (1) e (2) devem em princípio ser preservadas (*Cf.* Costa, [?] p.4). Destarte, nos cálculos paraconsistentes apresentados por Newton da Costa (*Cf.* Costa, [?]) o conjunto das proposições é decomposto em dois tipos: o conjunto das *bem comportadas,*[118] em que valem todas as fórmulas válidas da lógica elementar clássica, e as *mal comportadas*, isto é, se α for mal comportada, pode-se escrever $\alpha \wedge \neg\alpha$. Desse modo, as lógicas paraconsistentes parecem, de um lado, contrariar uma das propriedades aparentemente mais intuitivas da racionalidade, que não admitem qualquer contradição e, por outro lado, mantêm certos aspectos da racionalidade . As lógicas paraconsistentes desse modo ampliam o escopo da racionalidade, permitindo, entre outras coisas, que se trate de teorias inconsistentes como perfeitamente racionais. Assim podemos dizer que uma teoria é paraconsistente se tem como lógica subjacente uma lógica paraconsistente.

Pelo que se disse podemos classificar as lógicas paraconsistentes em fortes e fracas. Assim sendo, uma lógica paraconsistente é fraca, quando pode servir de base tanto para teorias paraconsistentes, quanto para teorias consistentes; e forte, quando se aplica somente para teorias paraconsistentes. Claramente, numa lógica paraconsistente forte, usualmente já existe uma fórmula tal que ela e sua negação são teoremas nessa lógica, entretanto isso não ocorre nas lógicas paraconsistentes fracas.

Cabe aqui uma reconstrução, ainda que breve, da história dessas lógicas, por sua relevância para nossa investigação.[119]

Sem pretensão de rigor exegético, talvez possamos dizer que a intuição da paraconsistência já está presente em Heráclito de Éfeso que defendeu, em diversos fragmentos, o que podemos chamar de uma "lógica da contradição" (ou talvez dos opostos) expressa, por exemplo, por sentenças como *a guerra é a mãe de todas as coisas,*[120] entre

[118] Intuitivamente o *bom comportamento* significa a submissão aos cânones da lógica clássica, isto é, para qualquer fórmula *bem comportada* α , vale $\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$.

[119] Para maiores detalhes nos reportamos a Bobenrieth, A. M. [12] e Arruda, I. [2].

[120] Fragmento 53 (Heráclito *Apud* Legrand, G. [88] p.73)

outras. Na seqüência de Heráclito, diversos filósofos, entre eles Hegel, Marx e Engels, propuseram a tese de que as contradições (em alguma acepção)[121] são essenciais para uma compreensão racional da realidade. No entanto, vale notar que esses filósofos, ao contrapor a lei da não-contradição, não pretenderam construir teorias ou lógicas paraconsistentes estrito senso. Deste modo, podemos afirmar que efetivamente devem ser lembrados como verdadeiros precursores da lógica paraconsistente três teóricos do início do século XX: os poloneses J. Łukasiewicz e S. Jaśkowski e o russo N. A. Vasil'ev, (*Cf.* Arruda, I. A. [2] p.7) embora, a rigor, se reconhecermos que o que caracteriza efetivamente as lógicas paraconsistentes seja a conjunção da tolerância de teses contraditórias e a não-trivialidade, isto é, a recusa do *ex falso sequitur quod libet*, então só S. Jaśkowski pode ser considerado como um autêntico precursor, embora seus trabalhos não fossem suficientemente fortes para conter uma matemática.

Não se pode, entretanto, deixar de citar os trabalhos de Łukasiewicz sobre o princípio de não-contradição em Aristóteles.[122] Para o lógico polaco, o princípio de não contradição não parece ser evidente, não constituindo uma lei determinada pela organização psicológica do homem, nem podendo também ser provada com base na definição de negação. Além disso, o lógico polonês observa que qualquer defesa da lei da não-contradição deve levar em conta o fato de que há *objetos contraditórios*, como o círculo quadrado de Meinong. Para esses objetos, a lei nitidamente não vige. Em resumo, o princípio de não-contradição, para Łukasiewicz, carece de qualquer dignidade lógica *a priori*, constituindo, segundo ele, no *organon aristotélico*, mais uma lei de caráter ético do que propriamente teórica.

As análises em torno da lei da não-contradição continuam com a "lógica imaginária" de N.A. Vasil'ev que, independentemente dos trabalhos de Łukasiewicz, entre 1910 e 1913, publicou uma série de artigos, nos quais mostra que a lei da contradição na forma "um objeto não pode ter um predicado que o contradiga" pode ser dialetizada, esboçando uma lógica não-aristotélica. Com efeito, Vasil'ev distingue duas espécies de não-contradição. Uma que ele chama "*metalógica*", que diz respeito às proposições (uma mesma proposição não pode ser verdadeira e falsa) e outra concernente aos objetos, como

[121] Vale notar que a noção de contradição nesses autores é por demais complexa e, em alguns casos, imprecisa, de tal sorte que são fonte de inúmeras polêmicas, por isso, não temos a intenção aqui de conjectura a respeito de suas teses.

[122] Łukasiewicz, *On the principle of contradiction in Aristotle*, (*Cf.* Łukasiewicz, J. [90])

enunciado anteriormente. Vasil'ev qualifica essa não-contradição como "ontológica", princípio que ele rejeita em um "mundo imaginário" que pretende investigar, algo semelhante ao que ocorre com as geometrias não-euclidianas de seu conterrâneo Lobatchevski.[123]

Jaśkowski, um dos discípulos de Łukasiewicz, motivado por diversos problemas relativos à contradição, particularmente os concernentes a raciocínios convincentes que conduziam a conclusões contraditórias e teorias empíricas, cujos postulados são inconsistentes, construiu um sistema de lógica denominado "lógica discursiva" baseado no sistema modal $\boldsymbol{S_5}$ de Lewis, que pode ser chamada uma lógica paraconsistente propriamente dita. Os trabalhos de Jaśkowski estão em dois artigos publicados originalmente em 1948 e 1949, em polonês, o primeiro traduzido para o inglês em 1969.[124]

Jaśkowski salientou claramente (*Cf.* Granger, [63] p.149) a diferença entre sistemas contraditórios, que incluem duas teses tais que uma contradiz a outra, e sistemas supercompletos, nos quais todas as fórmulas são teses, e considerou que a lógica clássica não é apropriada para o estudo de sistemas contraditórios, porém não triviais. Sua lógica pretende ser um cálculo que: (1) quando aplicado a sistemas contraditórios, não acarrete a supercompletude; (2) que seja suficientemente rico para permitir inferências "práticas" e (3) seja intuitivamente justificado. Naturalmente, o sistema de Jaśkowski constitui uma lógica paraconsistente.

Apesar de Jaśkowski ter proposto um cálculo proposicional paraconsistente pela primeira vez, não podemos considerá-lo ainda um precursor dessas lógicas por três razões: primeiro, por não ter ultrapassado os limites do cálculo proposicional; segundo, por não ter apresentado seu sistema de forma axiomática[125] e, por fim, não ter vislumbrado o significado da paraconsistência em toda sua amplitude.

Com isso, o nascimento efetivo das lógicas paraconsistentes adequadamente fortes para fundamentar uma matemática se deu em 1963 com *Sistemas Formais Inconsistentes* (*Cf.* Costa, N.C.A.[31]) do brasileiro Newton C. A. da Costa. Na década de 50, sem

---

123 Para maiores detalhes sobre a lógica imaginária de N.A. Vasil'ev sugerimos Arruda [2] e Bazhanov, [6].

124 Jaśkowski, *Propositional calculus for contradictory deductive systems* (*Cf.* Jaśkowski, S. [73])

125 A axiomatização da lógica discursiva de Jaśkowski foi feita posteriormente por Newton da Costa e Dubikajtis em 1968 (*Cf.* da Costa & Dubikajtis, L. [47]).

conhecer os trabalhos de Jaśkowski, Newton da Costa começou a desenvolver suas idéias sobre a importância de teorias contraditórias e não triviais, publicando nesse período seus primeiros trabalhos sobre o tema.[126] Particularmente, em artigo de 1958, propôs o seguinte princípio de tolerância em matemática: "do ponto de vista sintático e semântico, toda teoria é aceitável, desde que não seja trivial". (*Cf.* Costa, N.C.A. [36]) É, porém, no trabalho de 1963 que da Costa formulou, não um sistema, mas uma hierarquia enumerável de lógicas paraconsistentes (os sistemas $\mathcal{C}_n$, $1 \leq n \leq \omega$) que se estendem para uma hierarquia de cálculos de predicado de primeira ordem ($\mathcal{C}_n^*$, $1 \leq n \leq \omega$) e em seguida para cálculo de predicados de primeira ordem com igualdade ($\mathcal{C}_n^=$, $1 \leq n \leq \omega$); e de descrições (D_n, $1 \leq n \leq \omega$) e, enfim, de teorias de conjuntos paraconsistentes (NF_n, $1 \leq n \leq \omega$), inconsistentes e aparentemente não-triviais.

Desde a década de 60, as lógicas de da Costa têm sido estudadas por muitos pesquisadores de diversos países, ganhando relevo internacional de tal sorte que merecem destaque dois fatos que indicam a relevância filosófica e matemática dessa classe de lógicas: em 1991 na *Mathematics Subject Classification*, onde são arroladas as áreas nas quais se subdivide a matemática contemporânea, foi introduzido na seção *Logic and Foundations*, o verbete *Paraconsistent Logic* e, em 1997, realizou-se em Ghent, Bélgica o Primeiro Congresso Internacional de Lógica Paraconsistente.

Para além das breves notas históricas sobre algumas lógicas heterodoxas, interessa-nos deixar patente que as lógicas paraconsistentes, em consonância com o desenvolvimento de outras lógicas não-clássicas, permitem vislumbrar a noção de racionalidade, particularmente da racionalidade científica, de uma perspectiva distinta. A confiança de Kant (entre outros) na não-revisibilidade da lógica aristotélica baseava-se na idéia de que os princípios lógicos (clássicos) representavam 'as formas do pensamento', e que não haveria racionalidade se não de acordo com tais princípios. Porém, o desenvolvimento da lógica contemporânea vem mostrar que "não há leis da razão (ou do pensamento) [unicamente] no sentido da lógica tradicional". (*Cf.* Costa, N.C.A. [28] p. 112). Nossa tese pode ser sintetizada nas seguintes conjecturas:

[126] 1958 da Costa publica *Nota sobre o conceito de contradição* e em 1959 *Observações sobre o conceito de existência em matemática*. (*Cf.* Costa, N.C.A. [35] e [36])

i. A razão, no sentido de conjunto de princípios, não coincide com nenhum sistema lógico. Tudo indica que a razão, como faculdade cognitiva, se exerce mediante variados sistemas lógicos, dependendo das circunstâncias. As atividades lógica e racional não coincidem, embora toda atividade lógica seja racional; e que toda atividade racional envolva uma lógica (em um dado contexto), ainda que não explicitamente exibida.
ii. Os princípios da identidade, da não-contradição e do terceiro excluído foram via de regra tratados pela tradição filosófica como leis básicas da razão e do pensamento. Porém, como vimos, tais princípios não têm caráter absoluto, podendo ser dialetizados. Há sistemas lógicos heterodoxos tão sensatos, do ponto de vista matemático, quanto o clássico.
iii. As leis de uma lógica particular possuem uma função reguladora no que diz respeito aos contextos racionais, não existindo um sistema de categorias e princípios lógicos, privilegiado (pelo menos por enquanto ou até onde se sabe), capaz de exprimir a atividade racional ou seus produtos completamente.
iv. Os princípios clássicos não podem ser identificados com leis da razão, mas cânones de certos sistemas lógicos específicos. Esses princípios comparecem em certos sistemas racionais, na medida em que se mostram cômodos e vantajosos em suas aplicações.

3.2.2. Dimensão indutiva da racionalidade

> "Os problemas mais importantes da vida são, na sua grande maioria, apenas problemas de probabilidade"
> (Marquês de Laplace, *apud* Pagels, [107] p.131)

> "Aliás, para que as crenças de uma pessoa sejam racionais, é imprescindível que as probabilidades correspondentes satisfaçam os axiomas do cálculo de probabilidades" (*Cf.* Costa, [37] p. 57)

Até aqui discutimos, em linhas gerais, como a razão, em consonância com alguma lógica, sistematiza, entre certos limites, os contextos científicos; cabe, a partir de agora, indagar uma outra dimensão da racionalidade, que ao longo da história da filosofia se mostrou bastante problemática, nas palavras de B. Russell "[um dos] grandes escândalos na filosofia da ciência, desde o tempo de Hume, têm sido a causalidade e a indução.

Acreditamos em ambas, mas Hume mostrou que nossa crença é uma fé cega à qual não se pode conferir base alguma racional" (*Cf.* Russell, B. [133], p.35).

Hume foi o primeiro filósofo a levantar o chamado problema da justificação da indução. O "problema para Hume" consistia em encontrar uma justificativa apropriada para inferências de tipo indutivas, cujo emprego é bastante comum, tanto nos raciocínios cotidianos, como na ciência. Hume ao buscar uma justificação racional, tanto para a indução, quanto para a causalidade, chegou a conclusão de que a indução repousa apenas em um hábito psicológico. As leis da lógica clássica, como do terceiro excluído, da não contradição ou da identidade, não lhe preocupavam, pois se apresentavam como juízos analíticos e, muito provavelmente, os admitia como princípios que se confundiam com a própria noção de racionalidade, de maneira que não parecia haver sentido perguntar sobre a justificação de raciocínios de tipo dedutivo.

Depois de Hume, diversos autores se debruçaram sobre o problema da indução. Não obstante, as diversas tentativas para solucionar a questão da justificação da indução se limitassem a abordar à indução por simples enumeração,[127] todas se evidenciaram pertinentes à indução em geral, haja vista, que o problema de justificar a indução é essencialmente o mesmo em todas as formas de raciocínio indutivo, sejam elas simples ou elaboradas. (*Cf.* da Costa, N.C.A. [37], p.37). Valem à pena discutir aqui algumas dentre as várias tentativas de solução ao problema de Hume.

Parece que a solução mais radical ao problema da indução seja negar que as inferências indutivas cumpram, ou possam cumprir, qualquer papel na ciência. Essa tese foi defendida por Karl Popper que, em diversos trabalhos (*Cf.* Popper, K.R. [114], [115] e [116]), ressaltou que em ciências, se procede por hipótese ou conjecturas, por vezes ousadas, a partir das quais, por procedimentos dedutivos, obtêm-se proposições que devem ser submetidas a testes empíricos. Para ele não há meios de se obter racionalmente generalizações a partir de amostras - a racionalidade da ciência não procede por "saltos indutivos". Para Popper, as generalizações, ou hipóteses, podem ser conclusivamente falsificadas, embora nunca verificadas, jamais se revelando verdadeiras. O objetivo das

---

[127] A indução por simples enumeração pode ser estabelecida da seguinte forma: se $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ são elementos da classe A e, constatamos que todos eles também pertencem à classe B, então, supondo-se que não se conhece nenhum elemento de A que não pertença a B, conclui-se que todo A é B.

ciências empíricas é a falsificação de hipóteses colocadas à prova pela experiência.

Embora defendida com invulgar elegância, a tese da inexistência da indução não foi apoiada por muitos teóricos. Não parece plausível, de qualquer forma, sustentar que a ciência deva limitar-se à eliminação de erros sem ser progressiva aproximação da verdade. "A indução parece esgueirar-se pela porta dos fundos, através da teoria popperiana da "*corroboração*", isto é, dos critérios que nos permitem avaliar a força relativa das hipóteses não tornadas falsas pelos fatos observados." (*Cf.* Black, M. [9], p. 222).

Uma outra abordagem freqüente ao problema da justificação da indução, estabelece que a constituição de argumentos indutivos deve pressupor um princípio de indução, que pode tornar tais argumentos legítimos de um ponto de vista racional. Assim sendo, é necessário um princípio como o que diz que "o futuro se assemelha ao passado", ou mais geralmente, "que a natureza apresenta uniformidade em seus processos". Entre os defensores de tal perspectiva encontram-se S. Mill, Keynes e Russell. Convém notar que somente após a introdução de tal princípio é que a racionalidade de uma inferência indutiva estaria justificada de um ponto de vista da lógica.

Outra tentativa pertinente de solução ao problema da justificação da indução está associada ao cálculo de probabilidades. De fato, os problemas da indução e da probabilidade estão intimamente atrelados. Destarte, a conclusão de um argumento indutivo legítimo decorreria apenas com certa probabilidade. Por exemplo, a conclusão correta da premissa "todos os *A* examinados até o presente são *B*" não seria "Todos os *A* são *B*", mas "É provável que todos os *A* sejam *B*". Advogados de relevo deste ponto de vista foram, por exemplo, R. Carnap [20] e H. Reichenbach [130].

Surpreendente tentativa em resolver o problema da indução consiste na busca de uma *solução indutiva* da indução, isto é, de alguma forma a indução se autojustificaria, embora Hume já houvesse mostrado, em famosa discussão sobre o problema, que neste caso estamos a admitir como premissa justamente aquilo que estamos procurando provar.

Por fim, existem as tentativas de justificação pragmáticas da indução. As idéias básicas sobre essa abordagem foram formuladas independentemente por C. Peirce e H.

Reichenbach. O seguinte exemplo, dado por Max Black, ilustra essa abordagem: "Imaginemos a seguinte situação cotidiana familiar: um médico tem sob seus cuidados um paciente atacado de grave moléstia e acredita que o único modo de salvar o doente é submetê-lo a uma operação; admita-se que não existam garantias de êxito para a intervenção cirúrgica: se o médico está certo de que o paciente não sobreviverá, caso a operação não seja realizada, ele está plenamente justificado para operar. Em outras palavras: se uma condição necessária para salvar a vida do paciente é operar, a operação está justificada, mesmo que o seu resultado não seja determinado e os riscos envolvidos sejam grandes. Este caso ilustra o que seria uma 'nada se perde em tentar' – recorrer à operação, sabidamente perigosa, pode ser a 'última esperança', mas é uma esperança justificada" (*Cf.* Black, M., [9], p. 227)

Talvez pudéssemos colocar Hume, em certa acepção, nessa perspectiva. Isso quer dizer que Hume estava certo ao defender que não é possível racionalmente passar do conhecido para o desconhecido ou inferir como um evento se processará no futuro a partir do passado. Porém, embora o "salto indutivo" não possa ser justificado de um ponto de vista da lógica clássica, o conhecimento que extravasa o observável é imprescindível na ciência e na vida cotidiana, talvez por uma necessidade instintiva e irracional de nossa espécie, um fato irremediável diante da necessidade de antecipar o desconhecido. Estaríamos autorizados, praticamente ou 'pragmaticamente' a valer-nos de tais artifícios. Esse modo de encarar a questão abre uma nova perspectiva à idéia de racionalidade, não como racionalidade substantiva, mas como racionalidade instrumental, atualmente bastante defendida por muitos teóricos.

Embora não tenhamos anotado acima todas as possíveis tentativas de justificação das inferências indutivas, aparentemente, a partir do que dissemos até agora, todos os empreendimentos de solução desse problema falharam. Daí cabe a pergunta: é o problema da indução um problema autêntico? E, no caso afirmativo, tem ele solução? Notoriamente, os raciocínios indutivos representam um traço fundamental da investigação científica, diríamos um instrumento indispensável para a descoberta, generalização e leis nas ciências empíricas. Aqui há razões para desconfiar que a natureza do problema foi mal compreendida e que as dificuldades se mostram insuperáveis em parte devido a equívocos de abordagem. Com efeito, mesmo na linguagem ordinária, que empregamos para descrever estados de coisas, pressupõe-se a continuidade dos objetos no tempo ou a permanência de certas propriedades, que só podem se assentar em raciocínios indutivos, a partir da experiência. De tal sorte que não parece possível em absoluto uma rejeição de inferências indutivas por parecerem irracionais, não obstante, seja perfeitamente razoável conjeturar da justificação para o uso de inferências indutivas em ciência e sua relação com a racionalidade.

Da Costa, particularmente, acredita, numa solução positiva ao problema da justificação de inferências indutivas. Cumpre esclarecer que para ele há um problema com a dedução algo semelhante com o que ocorre com a indução. Qual a justificação para o emprego de determinado tipo de lógica? (*Cf.* da Costa, N.C.A. [37], p.39). A situação atual da lógica, como já indicado em páginas precedentes, não é compatível com o monismo lógico. "Da mesma forma que as geometrias não-euclidianas desbancaram a hegemonia da geometria euclidiana como única geometria verdadeira, as lógicas heterodoxas fizeram algo análogo com a lógica". (*Cf.* da Costa, N.C.A. [37], p. 40) Assim, como há diversas lógicas possíveis, o uso de uma determinada está relacionado ao seu campo de aplicação. A escolha de uma lógica específica se dá por critérios puramente pragmáticos, como o que ocorre com a geometria em relação à física. Não se trata porém de algo arbitrário ou convencional. Por exemplo, se estivermos tratando com teorias inconsistentes que não sejam triviais, torna-se imprescindível o uso de uma lógica paraconsistente como lógica subjacente, ou ainda, se tratamos de aspectos construtivos da matemática, então é interessante lançarmos mão de uma lógica intuicionista. Podemos, dessa forma, reafirmar que a criação de lógicas não-clássicas, especialmente as heterodoxas, veio a questionar o dogma de que a racionalidade humana deve compor-se essencialmente pela lógica clássica.

Com isso, para da Costa, toda a problemática das inferências indutivas translada-se para o terreno da dedução. Compete advertir que qualquer inferência dedutiva ou indutiva, para da Costa, se faz módulo uma lógica. A razão, em certo sentido, exige uma lógica subjacente a suas inferências, de tal modo que, o que importa, é fixar uma lógica, a partir da qual possamos caracterizar a noção de inferências válidas. "Como a lógica dedutiva não precisa legitimar a dedução para então estudá-la, o mesmo ocorrerá com a lógica indutiva e a operação de indução" (*Cf.* da Costa, N.C.A. [37], p.55).

Dentre as formas de inferência relativas a uma lógica 𝔏, há duas que podem ser admitidas como racionalmente aceitáveis, as 𝔏-deduções e as 𝔏-induções. [128] Efetivamente, não há dedução que não seja uma 𝔏-dedução, para alguma lógica 𝔏. Da mesma forma, no que diz respeito às inferências indutivas, não há indução que não seja uma 𝔏-indução. Nitidamente, uma 𝔏-indução não é válida, da mesma forma que uma 𝔏-dedução, mas constitui forma de inferência plausível relativamente a 𝔏. O problema então se resume em especificar o que significa essa "*plausibilidade*' .

Usualmente, a maneira de se aferir a plausibilidade de um enunciado é por meio do conceito de probabilidade. De fato, inúmeras formas de inferência indutiva estão intimamente relacionadas com o conceito de probabilidade; assim, para da Costa, em certo sentido, segundo uma hipótese que depende justamente de como se entende o conceito de probabilidade, toda a lógica indutiva enquadra-se em última instância numa lógica probabilística.

Embora o cálculo de probabilidades não apresente grandes dificuldades, na medida em que existe certo acordo sobre seus axiomas básicos (a axiomática do cálculo de probabilidades de Komolgorov) e sua estrutura matemática; especialistas ainda se questionam qual seria a interpretação mais apropriada para a noção de probabilidade (*Cf.* da Costa, N.C.A. [30], p. 141).

Podemos distinguir, de qualquer forma, pelo menos três interpretações distintas da noção de probabilidade, que importam às ciências empíricas em geral, a saber: a empírica ou objetiva (Mises, Reichenbach, Popper, Chuaqui), a lógica (Keynes e Carnap) e a subjetivista ou bayesiana (Ramsey, de Finetti e Savage). Aqueles que advogam uma interpretação empirista defendem que a noção de probabilidade é uma noção empírica, direta ou indiretamente relacionada com a idéia de freqüência relativa de um atributo na sucessão dos fenômenos. De um modo geral, teóricos dedicados à estatística estão comprometidos, de alguma forma, com uma interpretação empirista da noção de probabilidade. Partidários de uma interpretação lógica acreditam, por outro lado, que a

[128] Dada uma lógica 𝔏, as inferências para da Costa se classificam em 𝔏-deduções e 𝔏-paralogismos, estes por seu turno, se subdividem em 𝔏-induções (válidas) e 𝔏-falácias (não válidas)

noção de probabilidade constitui uma espécie de implicação parcial entre proposições. Finalmente, os aderentes de uma interpretação subjetivista mantêm que a noção de probabilidade está associada ao grau de crença racional na verdade de uma determinada proposição ou, de outra forma, no peso das apostas que uma pessoa está disposta a efetuar. Evidentemente, não se trata de qualquer tipo de crença, mas de *crença racional*, isto é, crenças que estão de conformidade com os axiomas do cálculo de probabilidade.

Para além das noções acima tracejadas, da Costa formula o que ele chama de teoria pragmática da probabilidade, que constitui uma combinação de teorias subjetivistas e da relação lógica, com o intento de estabelecer uma interpretação para a noção de probabilidade que possa servir de base à lógica indutiva[129]. Assim:

> "Falando sem rigor, para a teoria pragmática a probabilidade de uma proposição ou de um raciocínio (implicação) mede o grau de assentimento pragmático que se é levado a dar a essa proposição ou raciocínio. Essa probabilidade é algo subjetiva, pois engloba muitos fatores, tais como os seguintes: simplicidade, poder explicativo, relações com o conhecimento como um todo, conveniência, plausibilidade intuitiva, etc. Apresenta, no entanto, uma dimensão objetiva, pois em geral pode ser imaginada como provindo de funções de credenciação (*credence functions*) definidas em linguagens bem determinadas ou, pelo menos, em amplas partes de tais linguagens. Essas funções se aceitam e testam como se aceitam e testam as hipóteses científicas usuais. A probabilidade resultante, portanto, não é arbitrária e puramente subjetiva, dado que decorre de fatores objetivos e de regras sensatas; encontra-se amarrada, por exemplo, à probabilidade freqüencial mais ou menos como o que pensava Carnap da probabilidade lógica (isto é, interpretada como relação lógica)" (*Cf.* Costa, [37] p.59)

Na seqüência, com o intuito de dar maior clareza e embasamento às nossas conjecturas, traçamos uma exposição sumária das idéias da teoria da probabilidade pragmática de da Costa sem pretensão exaustiva; para maiores detalhes nos reportamos a [29], [37] e [30].

Distinguem-se usualmente três tipos de probabilidade pragmática: a *topológica* (ou não-métrica), a *comparativa* e a *métrica*. Exemplificando as duas primeiras: na vida

[129] É mister observar que, segundo da Costa, da mesma forma que não existe uma única lógica dedutiva, também não há uma única lógica indutiva.

cotidiana, e mesmo em ciência, empregamos juízos de probabilidade não-métrica quando se estabelecem afirmações como "provavelmente vai chover amanhã" ou "é provável que o preço dos combustíveis aumente", etc. Os juízos de probabilidade comparativa por seu turno ocorrem quando se afirma por exemplo que "a teoria de Einstein é mais provável do que a de Newton" ou "a hipótese criacionista é menos provável do que a evolucionista". Em geral, esses juízos de caráter qualitativo exprimem a idéia de que a proposição envolvida merece consideração séria como constituindo hipótese plausível. Na verdade, conferimos probabilidades altas (ou baixas) a certas sentenças na presença de evidências apropriadas que se manifestam em proposições que exprimem o conhecimento de que dispomos sobre o domínio em questão. [130] Naturalmente, parece bastante difícil, se não talvez impraticável, a atribuição de valores numéricos à probabilidade de sentenças como as precedentes.

Além das noções qualitativas anteriores, existem as de caráter quantitativo (ou métrico). Claramente, em muitas circunstâncias pode-se atribuir pesos às leis, hipóteses e teorias científicas, com o objetivo de concatená-las e de termos boa perspectiva na elaboração de induções. Assim, "a probabilidade (pragmática) métrica refere-se a enunciados e fica definida por uma função ***P*** que associa a certos enunciados de uma linguagem valores pertencentes ao corpo dos números reais" (*Cf.* Costa, N.C.A. [37] p. 63)

Para um tratamento adequado das três formas de probabilidade pragmática acima referidas, as funções ***P*** devem satisfazer algumas condições básicas, entre as quais: (1) que sejam subordinadas a uma linguagem formal ***L*** apropriada (da Costa fala em "formalmente correta" nos termos de Tarski) e definida na metalinguagem de ***L***; (2) que o cálculo de probabilidade, em conjunção com a estatística, permita que a lógica indutiva englobe todas as formas de inferência estatística e, finamente (3) por diversas razões ***P*** deve satisfazer os axiomas do cálculo de probabilidades.

Vamos supor aqui uma linguagem ***L***, cujo conjunto de fórmulas se denotará por ***S***. Esse conjunto é fechado pelos conectivos $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ como de forma habitual. A lógica subjacente a ***L*** é clássica (embora possamos ter lógicas não-clássicas) e a noção de

[130] As evidências podem aumentar o grau de crença (evidências positivas), diminuir (evidências negativas) ou serem indiferentes. Em certas circunstâncias evidências positivas podem produzir certeza.

verdade pressuposta será a definida por Tarski.[131]

O tratamento matemático de probabilidades de tipo topológica é realizado da seguinte forma: introduz-se na linguagem ***L*** uma função de dois argumentos $v(\beta,\alpha)$ para fórmulas α e β que podem assumir os valores ***p*** (provável) e ***n*** (improvável). Destarte, $v(\beta,\alpha) = p$ formaliza o enunciado: se α então provavelmente β. Quando a probabilidade for alta, indicando certeza, substitui-se ***p*** por ***1*** (intuitivamente significa que a fórmula é verdadeira). Por outro lado, se a probabilidade for baixa, substituímos ***n*** por ***0*** (o que intuitivamente significa que a fórmula é falsa). Os postulados que a função v deve satisfazer são os seguintes[132]:

$p1.\ \beta \Rightarrow v(\beta,\alpha) = 1$

$p2.\ \neg\beta \Rightarrow v(\beta,\alpha) = 0$

$p3.\ v(\beta,\alpha) = 1 \Rightarrow v(\beta,\alpha) = p$

$p4.\ v(\beta,\alpha) = 0 \Rightarrow v(\beta,\alpha) = n$

$p5$. Se $\dfrac{\alpha_1,\alpha_2,\ldots\alpha_n}{\gamma}$ for uma instância de uma regra válida de ***L*** e

$v(\alpha_i,\alpha) = p$ (ou $v(\alpha_i,\alpha) = 1$) ($1 \leq i \leq n$), então $v(\gamma,\alpha) = p$ (ou $v(\gamma,\alpha) = 1$).

$p6.\ \left(v(\beta_1,\alpha) = p \veebar v(\beta_2,\alpha) = p\right) \Rightarrow \left(v(\beta_1 \vee \beta_2,\alpha) = p\right)$

$p7.\ \left(v(\beta_1,\alpha) = 1 \veebar v(\beta_2,\alpha) = 1\right) \Rightarrow \left(v(\beta_1 \vee \beta_2,\alpha) = 1\right)$

$p8.\ \left(\alpha_1 \leftrightarrow \alpha_2 \mathbin{\overline{\wedge}} \beta_1 \leftrightarrow \beta_2\right) \Rightarrow \left(v(\beta_1,\alpha_1) = v(\beta_2,\alpha_2)\right).$

Vale aqui o seguinte teorema:

Teorema: a função v de probabilidade topológica satisfaz as seguintes propriedades:

I. Se $v(\beta \rightarrow \gamma,\alpha) = p$ e $v(\beta,\alpha) = p$, então $v(\gamma,\alpha) = p$

131 Teceremos algumas observações sobre a noção de verdade de A. Tarski na próxima seção.

132 Os símbolos $\Rightarrow$, $\veebar$, $\&$ indicam respectivamente a implicação, disjunção e conjunção metalingüística.

II. Se $v(\beta \rightarrow \gamma, \alpha) = 1$ e $v(\beta, \alpha) = 1$, então $v(\gamma, \alpha) = 1$

III. Qualquer que seja ***L*** sempre existem funções *v* satisfazendo as propriedades *p1-p8*.

Simbolizando a afirmação "*a é provável*" por $\mathbb{P}(\alpha)$ podemos definir $\mathbb{P}(\alpha)$ da seguinte forma:

Definição (*Probabilidade topológica*): $\mathbb{P}(\alpha) =_{def.} v(\alpha, \beta)$.

A definição de probabilidade topológica acima é fundamental, embora a função *v*, tal como caracterizada pelos axiomas *p1-p8,* defina a noção de probabilidade topológica de forma algo idealizada, nem sempre correspondendo às atribuições de probabilidade que ocorrem na vida comum. (*Cf.* Costa, [29] p. 174). Vale notar, de qualquer forma, que uma inferência indutiva na forma $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n / \alpha \quad \text{mod.}\Gamma$ significa que se $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ forem verdadeiras em conjunto com as hipóteses de Γ, então provavelmente α é, também, verdadeira.

Para um tratamento formal da probabilidade comparativa devemos inserir entre as fórmulas de ***L*** a relação binária metalingüística $\preceq$ que significa "menos provável do que, ou igual provável a". Essa relação é regida pelos seguintes postulados:

$c1.\ \alpha \preceq \alpha.$

$c2.\ \left(\alpha \preceq \beta \ \bar{\wedge}\ \beta \preceq \gamma\right) \Rightarrow \alpha \preceq \gamma.$

$c3.\ (\alpha_1 \leftrightarrow \alpha_2, \beta_1 \leftrightarrow \beta_2 \ \bar{\wedge}\ \alpha_1 \preceq \beta_1) \Rightarrow \alpha_2 \preceq \beta_2.$

$c4.\ \alpha \Rightarrow \beta \preceq \alpha.$

$c5.\ \neg \alpha \Rightarrow \alpha \preceq \beta.$

$c6.\ \alpha \rightarrow \beta \Rightarrow \alpha \preceq \beta.$

$c7.\ \alpha \preceq (\alpha \vee \beta)$

$c8.\ (\alpha \wedge \beta) \preceq \alpha.$

$c9.\ \alpha \preceq \beta \Rightarrow \neg \beta \preceq \neg \alpha.$

Definição (*relação de eqüiprobabilidade*): $\alpha \equiv \beta =_{def.} \alpha \preceq \beta$ e $\beta \preceq \alpha$

Teorema: $\equiv$ é uma relação de equivalência.

De um modo geral, probabilidades comparativas, particularmente as que envolvam vaguidade, não obedecem a propriedade linear $\alpha \preceq \beta$ ou $\beta \preceq \alpha$, quaisquer que sejam $\alpha, \beta \in \boldsymbol{S}$. Claramente, as noções de probabilidade topológica e comparativa mostram-se resistentes a uma abordagem métrica (atribuição de valores numéricos às probabilidades de certas proposições ou determinadas inferências), o que sem dúvida implica em inúmeras restrições. Por outro lado, probabilidades métricas (quantitativas) são de grande importância para a ciência e para a vida cotidiana em muitos casos. Vamos enfim tratar do que anteriormente chamamos probabilidades métricas.

Os axiomas que definem a função ***P*** com domínio em ***S***, ou seja, que associa a cada fórmula de ***L*** sua probabilidade dada por valores nos reais, são os seguintes[133]:

$m1.\ P(\alpha) \geq 0.$
$m2.\ P(\alpha \vee \neg \alpha) = 1.$
$m3.\ \alpha \leftrightarrow \beta \Rightarrow P(\alpha) = P(\beta).$
$m4.\ \neg(\alpha \wedge \beta) \Rightarrow P(\alpha \vee \beta) = P(\alpha) + P(\beta).$

Nitidamente, qualquer sentença (em ***L***) tem probabilidade maior ou igual a *0* (*m1*) e, além disso, sentenças equivalentes devem ter a mesma probabilidade (*m3*).

A partir dos axiomas *m1-m4* pode-se deduzir uma série de teoremas, entre os quais destacamos os seguintes:

Definição (*probabilidade condicional*)**:** $P(\alpha \| \beta) =_{def.} \dfrac{P(\alpha \wedge \beta)}{P(\beta)}$ (com $P(\beta) \neq 0$).

Teorema: $0 \leq P(\alpha \| \beta) \leq 1$

[133] Existem outras formas de se introduzir a probabilidade, mas não trataremos disso aqui.

A definição de probabilidade condicional é de suma importância e exprime a probabilidade de α , dado que β é verdadeira ou, simplesmente, a probabilidade condicional de α , dada β . Claramente, para a lógica, as probabilidades condicionais são fundamentais, haja vista que a probabilidade indutiva é a probabilidade da conclusão de um argumento, dada a conjunção de suas premissas; portanto, é um tipo de probabilidade condicional.

Teorema: (*Teorema de Bayes*) [134] Se $\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \ldots \vee \alpha_n$ é uma seqüência de sentenças de ***L*** mutuamente exclusivas duas a duas, então:

$$P(\alpha_i \| \beta) = \frac{P(\alpha_i) \cdot P(\beta \| \alpha_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(\alpha_j) \cdot P(\beta \| \alpha_j)}$$

O teorema de Bayes é altamente relevante "pois mostra uma das formas de irmos modificando e aprimorando nossas probabilidades: $P(\alpha), P(\alpha, \beta_1), P(\alpha, \beta_1 \wedge \beta_2)$, etc. Quando as probabilidades variam assim, dizemos que se faz um câmbio bayesiano de probabilidades".(*Cf.* Costa, N.C.A. [29] p.180)

Teorema: $P(\alpha \wedge \neg \alpha) = 0$

Claramente esse teorema é devido ao fato de estarmos tratando da lógica indutiva tendo por referência a lógica clássica. Assim, um exemplo de crença inconsistente ("irracional") nesse sistema seria o seguinte: ter uma crença segura em α e ao mesmo tempo outra crença de intensidade não nula em $\neg \alpha$. No entanto, cumpre notar que poderíamos desenvolver uma lógica indutiva tendo por referência algum sistema paraconsistente. Nesse caso teríamos um sistema de crenças paraconsistente.

Agora, se interpretarmos a probabilidade subjetiva ou grau de crença racional na proposição α como grau de crença racional na verdade correspondencial de α , teremos

[134] Esse teorema é devido a Thomas Bayes, clérigo inglês do século XVIII que descobriu o teorema que leva seu nome. Uma de suas formulações é a seguinte: a probabilidade de uma determinada hipótese *h,* dada a evidência *e,* é igual à probabilidade de *e* dada *h* vezes a probabilidade de *h* divididas ambas pela probabilidade de *e*.

dificuldades, entre as quais merece destaque o fato de em ciência usualmente recorrermos a teorias que são falsas segundo a verdade correspondencial, e.g., a mecânica clássica de Newton. Outra dificuldade diz respeito ao fato de probabilidades não nulas referentes à verdade como correspondência só terem sentido quando estamos muito seguros de que as sentenças sejam verdadeiras, isto é, termos certeza de sua veracidade. Ora, isso não ocorre quando tomamos proposições, leis ou hipóteses de teorias científicas.

Com efeito, merece atenção, nesse sentido, como o conceito de verdade pode ser equacionado relativamente à dimensão indutiva da racionalidade, o que trataremos na próxima seção.

Para finalizar essa seção, vale notar que, "na lógica indutiva, tratamos de conferir probabilidades pragmáticas, qualitativas, comparativas ou métricas, às conclusões de inferências não dedutivas. Usualmente, tais probabilidades são puramente qualitativas ou, às vezes, comparativas, só se recorrendo às probabilidades métricas em casos especiais. No entanto, as técnicas da estatística comum nos fornecem probabilidades por meio das quais aferimos nosso assentimento às proposições científicas. Os próprios métodos da estatística subjetivista podem ser adaptados à probabilidade pragmática e nos auxiliar na avaliação das leis, hipóteses e teorias". (*Cf.* Costa, [29] p. 185) A racionalidade científica, em última instância, não se exime de processos indutivos, que são tão legítimos quanto os dedutivos.

3.2.3. Dimensão alética da racionalidade

> "Admitindo-se que a verdade seja feminina – não haveria alguma verossimilhança ao afirmar que todos os filósofos, enquanto forem dogmáticos, não sabem como lidar com mulheres? Que a trágica seriedade, a indiscrição inoportuna com que até agora estavam acostumados a conquistar a verdade não eram meios pouco adequados para cativar o coração de uma mulher? O que é certo é que essa não se deixou cativar – e todos os dogmáticos têm hoje um semblante triste e desencorajado. Se é que têm um semblante qualquer!"
> (*Cf.* Nietzsche, F. [103] p. 15)

> "Não tencionamos [aqui] resumir a história das diversas teorias da verdade, defendidas por filósofos e cientistas, nem procurar fazer exegeses eruditas de tais teorias ou criticá-las." (da Costa, N.C.A. [29] p. 113s).

Nosso propósito, nesta seção, será esclarecer como se relacionam verdade e ciência, e ainda esboçar duas teorias da verdade que importam diretamente à faina científica, sugerindo como a verdade pretendida pelo cientista se coaduna com a racionalidade de sua atividade. Particularmente, vamos tratar da teoria da correspondência (ou semântica – como elaborada por A. Tarski) e bosquejar algumas palavras sobre a teoria de quase-verdade de Newton da Costa, que será tratada no próximo capítulo em por menor. Para considerações melhor aprofundadas sugerimos a bibliografia constante no final desta dissertação.

Na ciência, busca-se a verdade em alguma acepção, de tal sorte que parece difícil tratar de qualquer teoria científica (mesmo as mais sofisticadas), sem recorrer explicita ou tacitamente à noção de verdade. Ao cientista interessa saber como o mundo é, procurando compreender e explicar os fenômenos que nos rodeiam. Além disso, o conceito de verdade constitui uma das categorias centrais em que se assenta a lógica. Sem pretensão de precisão, podemos dizer que refutar uma teoria, é em última instância, questionar sua veracidade, ao passo que aceitar uma teoria é aceitá-la como verdadeira (em alguma acepção). Estamos comumente inclinados a supor que a verdade é objetivo da investigação científica.

Certamente, uma das características nucleares da racionalidade científica consiste no seguinte: uma perquirição, para ser cientificamente aceita, deve estar estribada em razões plausíveis e convincentes, isto é, razões contrastadas com a experiência, e que possam ser, em tese, intersubjetivamente verificadas – as proposições da ciência em última instância não têm pretensão de se impor pela autoridade de quem às formulou, nem é função somente de intuições puramente individuais (isso pelo menos em princípio). Embora isso seja um ideal, reflete entre limites um aspecto basilar da ciência. Desse modo, sermos racionais significa, sobretudo, crermos e sustentarmos nossas crenças proporcionalmente às razões que dispomos. Desse modo, na ciência, como na vida cotidiana de certo modo, recorremos às mais variadas espécies de razões para justificar nossas crenças. Particularmente em ciência, comparecem entre os argumentos que contribuem para sustentar uma nova teoria, desde apelos à não refutabilidade da teoria frente a experimentos, como seu poder explicativo frente a teorias rivais, chegando até sua verdade, intuitividade ou simplicidade (esses termos entendidos geralmente de forma apenas informal).

Da Costa sustenta que as razões usualmente empregadas pelos cientistas para defender uma nova teoria têm caráter pragmático, e podem ser divididas em dois grupos básicos: (1) os *lógico-formais*, entre os quais, a verdade, a consistência, coerência, simplicidade matemática e adequação algorítmica e (2) os *histórico-funcionais*, ou pragmáticos em sentido estrito, como a naturalidade psicológica, a beleza, a intuitividade, simplicidade em sentido amplo e concordância com os princípios centrais da ciência em dado contexto de seu desenvolvimento histórico. (*Cf.* Costa, N.C.A. [38] p.81s)

Vale notar que, não obstante o ajuizamento dos fatores pragmáticos serem algo subjetivo, isto não altera a racionalidade e, portanto, a objetividade da ciência (objetividade que nunca é absoluta). Aqui surge algo que parece contraditório: a racionalidade e a objetividade das ciências constituem o produto de crenças e de atitudes que no início se mostram subjetivas. Daí a questão: por trás das indagações científicas há algo que poderia explicar sua racionalidade? De acordo com da Costa, a resposta é afirmativa, e para ele, a racionalidade da ciência se matém sobre dois pilares: verdade e probabilidade.

Como já dissemos, na ciência se persegue a verdade, ao cientista interessa conhecer o universo no qual nos encontramos inseridos. Segundo um enunciado antigo, mas não antiquado, o objetivo da ciência é "preservar os fenômenos" – isto é, apresentar acontecimentos e processos como especificações de leis e teorias gerais que enunciam padrões invariáveis de relações entre coisas. (*Cf.* Nagel, E. & Newman, J. R. [101] p. 15) Parece, portanto, difícil não pensar que em ciência se persiga a verdade em algum sentido. Convém precisar, porém, qual seria a noção de verdade melhor adequada à racionalidade científica,[135] tendo em mente o que referenciamos no final da seção anterior sobre a lógica indutiva e probabilidade.

Uma das primeiras formulações de relevo da noção de verdade, que tiveram importância na história da filosofia e da ciência, foi a elaborada por Aristóteles no livro **Γ** da Metafísica. Ele afirma: "Dizer do que é que não é, ou do que não é, que é, é falso; enquanto dizer do que é que é, ou do que não é que não é, é verdadeiro." (*Cf.* Aristóteles, [1], p.198) A noção aristotélica da verdade ganhou, na filosofia escolástica, a seguinte formulação: "*veritas est adaequatio rei et intellectus*" ou, de outra forma, a verdade é a adequação do pensamento à realidade.

Esta noção de verdade evidentemente é bastante vaga e se presta a inúmeros questionamentos. Por exemplo, no que consiste a adequação acima referida? Com efeito, inúmeras construções teóricas, *e.g.*, no domínio da física, envolvem noções que não se referem diretamente a nada na realidade, entre as quais se podem lembrar as de campo vetorial, estado de fase, onda de probabilidade e quark. Desse modo, há que se destacar que uma teoria adequada da verdade como correspondência deve no mínimo deixar clara a índole da correspondência entre sentenças ou crenças, de um lado, e a realidade, de outro. Além disso, se pretendemos comparar uma sentença α com a realidade, torna-se preciso que se saiba qual é a estrutura da linguagem $\boldsymbol{L}$ em que α foi formulada, o que nos conduz ao problema de estabelecer em última instância as relações entre linguagem e realidade, além de que devemos deixar claro o que entendemos por "realidade" e como a relação entre ela e a linguagem se dá.

[135] Vale notar que as conjecturas aqui tecidas sobre os vínculos entre ciência, verdade e racionalidade não acarreta necessariamente uma postura realista, como uma avaliação precipitada poderia supor. Aliás, aqui não pretendemos nos comprometer com o debate realismo anti-realismo.

De qualquer forma, é importante ressaltar que, habitualmente, acreditamos ser absolutamente claro, pelo menos para certas sentenças simples, o que se entende por verdade correspondencial, parecendo que esta noção encerra uma intuição bastante forte, ponto de partida para inúmeras elaborações racionais. (*Cf.* Costa, N.C.A. [29] p.115) *v.g.*, as crenças de um engenheiro sobre resistência dos materiais são usualmente tomadas como indicadores confiáveis de certos aspectos do mundo físico.

Um tratamento formal à teoria da correspondência foi dado por A. Tarski (*Cf.* Tarski, A. [148]) com a intenção de eliminar alguns dos problemas acima contemplados. Com isso ele revolucionou a lógica e lançou as bases da teoria de modelos, alcançando ainda um dos maiores resultados filosóficos do século. Podemos dizer, em termos atuais, que a idéia central do lógico polonês foi a de considerar o conceito de verdade como consistindo numa relação entre sentenças de uma linguagem (a rigor, de determinadas linguagens formalizadas, e não de linguagens quaisquer) e uma estrutura conjuntista na qual esta linguagem está interpretada.[136] A teoria de Tarski tem sido, ultimamente, com grande probabilidade, a teoria da verdade mais influente e amplamente aceita.[137] (*Cf.* Haack, S.[67] p.143) daí sua importância numa investigação como a nossa.

As intenções de Tarski, ao formular sua teoria da verdade em *The Concept of Truth in Formalized Languages* (*Cf.* Tarski, A. [148]) podem ser colimadas em três grupos: (1) estabelecer, para linguagens formais, uma definição de verdade *materialmente adequada* e *formalmente correta*, de tal sorte que permitisse o emprego do referido conceito de forma consistente em ciências dedutivas; (2) a definição deveria capturar a intuição da concepção de verdade como correspondência e, (3) a definição deveria ser "semântica"(*Cf.*p. 77).

Deste modo, Tarski inicia seu trabalho propondo, como condição de adequação material, que qualquer definição de verdade, como correspondência, deveria ter como conseqüência todas as instâncias do chamado esquema (T) [138]:

[136] No trabalho original de Tarski, não aparece a noção de estrutura, e nem se falava em "verdade em uma estrutura", o que apareceu anos mais tarde, por volta de 1949. Tarski fala de uma relação entre uma linguagem objeto e uma metalinguagem na qual a primeira é interpretada.

[137] Embora a relevância técnica da teoria de Tarski seja reconhecida amplamente, podendo ser reencontrada em diversos trabalhos expositivos de lógica, como os de Shoenfield, J.R. [140] e Mendelson, E. [94], as reações filosóficas sobre sua importância epistêmica são bastante variadas, indo da aceitação entusiasmada, representada particularmente por Popper em *Objective Knowledge* (*Cf.* Popper, K.R. [116] p.320) a certas objeções como as de Putnam e M. Black.

[138] O esquema T não constitui uma definição de verdade, mas nos fornece uma condição *sine quo non* que qualquer definição sensata deve satisfazer.

(T) *A sentença* α *é verdadeira sse p*

Onde *p* pode ser substituída por qualquer sentença da linguagem para a qual a verdade está sendo definida e α deve ser substituída pelo nome da sentença que substitui *p*. Uma instância do esquema (T) seria, por exemplo:

A sentença '*Sócrates é filósofo*' é verdadeira *sse* Sócrates é filósofo.

O esquema T parece reproduzir bem a noção de verdade como correspondência. Ele nos diz que, ao se afirmar a verdade de uma sentença (crença), está-se afirmando a própria sentença. Este esquema é uma condição de *adequação material* que fixa a extensão do termo 'verdadeiro'. "Presumivelmente, a idéia por trás da condição de adequação material de Tarski é que a verdade do esquema (T) é tão certa e óbvia que é apropriado que se deva sentir seguro em rejeitar qualquer teoria da verdade que seja inconsistente com ele. (*Cf.* Haack, S. [67] p. 146)

Tarski, na seqüência, observa que uma definição precisa de verdade em linguagens coloquiais (que ele chama semanticamente fechadas) [139] não pode ser dada a contento pelo seu caráter ambíguo. Assim, para ele só é possível construir uma definição adequada (formalmente correta) do predicado '*x é verdadeira em **L***' para linguagens formalizadas (semanticamente abertas), isto é, a correção formal exigida por Tarski diz respeito à estrutura da linguagem na qual a definição de verdade deveria ser dada.[140] Além disso, uma definição formalmente correta deveria estar de acordo com os cânones da lógica, principalmente o princípio da bivalência que exclui da linguagem sentenças sem valor de verdade. Assim, ele estabelece uma distinção entre linguagem objeto $\boldsymbol{L_O}$ (a linguagem para a qual a verdade está sendo definida) e metalinguagem $\boldsymbol{L_M}$ (a linguagem na qual a verdade-em-$\boldsymbol{L_O}$ é definida). [141] A definição de verdade segundo Tarski é relativa a uma linguagem, pois uma mesma sentença pode ser significativa em uma linguagem e falso ou não-significativa, em outra.

[139] Linguagens semanticamente fechadas são aquelas que possuem, além de suas expressões, os meios para se referir a essas expressões e predicados semânticos tais como 'verdadeiro' e 'falso'.

[140] Com isso Tarski nitidamente pretende evitar os paradoxos semânticos comuns em linguagens naturais (Tarski investiga cuidadosamente o paradoxo do mentiroso)

[141] Vamos aqui considerar a relação entre uma linguagem formal e uma estrutura conjuntista, como afirmamos anteriormente.

Sem pretendermos desenvolver com minúcias de detalhes técnicos a teoria tarskiana, o que demandaria excessivo espaço, e pode ser facilmente ser vista nos textos usuais mencionados acima (*Cf.* Mendelson, E. [94] p. 49 ss), vejamos um exemplo simples que se aproxima da definição de verdade por ele proposta.

Denotemos por $\boldsymbol{L}_{PO}$ uma linguagem formal de primeira ordem cujo vocabulário é dado da seguinte forma[142]: conectivos proposicionais: $\neg$,$\rightarrow$ (os demais são introduzidos por definição); quantificador $\forall$ (universal) (O quantificador existencial é definido como de praxe), variáveis individuais $x_1, x_2, \ldots$; símbolos de predicado $P_1, P_2, P_3, \ldots,$ cuja aridade será indicada pelo contexto; símbolos de pontuação usuais, que serão eliminados quando possível. [143] As expressões de $\boldsymbol{L}_{PO}$ são seqüências finitas de símbolos.

Introduzimos a gramática de $\boldsymbol{L}_{PO}$ estabelecendo a noção de *expressão bem formada* a partir das seguintes clausulas:

1. Várias individuais e constantes individuais são *expressões bem formadas* (ditas termos);
2. Se *P* é um símbolo de predicado *n-ário*, para $n \geq 0$, e $t_1, t_2, \ldots, t_n$ são termos, então $P(t_1, Pt_2, \ldots, Pt_n)$ é uma expressão bem formada (dita fórmula);
3. Se α e β são fórmulas, então $\neg\alpha$ e $\alpha \rightarrow \beta$ são fórmulas;
4. Se x é uma variável individual e α é uma fórmula, então $\forall x\alpha$ é uma fórmula;
5. Nada mais é uma *expressão bem formada*.

O uso de parênteses e outros símbolos de pontuação serão aqui adotados segundo o procedimento usual, sem comentários.

Dizemos que uma interpretação conjuntista para $\boldsymbol{L}_{PO}$ é uma estrutura $\mathfrak{A} = \langle \Delta, \rho \rangle$, onde: (i) Δ é um conjunto não vazio (Domínio da interpretação) e (ii) ρ é uma aplicação

[142] Uma linguagem de Primeira Ordem é composta basicamente de duas categorias de símbolos em seu vocabulário primitivo: os símbolos lógicos (conectivos e quantificadores) e os não-lógicos (constantes individuais, variáveis individuais, símbolos de predicados, símbolos funcionais).

[143] Não consideramos símbolos funcionais e de igualdade por economia de exposição.

(também chamada *função denotação*) cujo domínio é o conjunto dos símbolos não lógicos de $\boldsymbol{L_{PO}}$ definido da seguinte forma [144]:

i) A toda constante individual $\boldsymbol{c}$ de $\boldsymbol{L_{PO}}$, ρ associa um indivíduo $\rho\left(c\right)\in\Delta$;

ii) Se P é um símbolo de predicado de aridade $n, n\geq 0$, então $\rho(P)$ é um subconjunto de Δ^n (isto é, uma relação *n-ária* sobre Δ);

Acolhida a interpretação acima para $\boldsymbol{L_{PO}}$, vamos considerar seqüências infinitas de elementos do domínio Δ, *i.e.*, $\Sigma = \langle\sigma_1,\sigma_2,\ldots\rangle$.

Definimos em seguida uma *função* ξ que associa a cada termo $\boldsymbol{t}$ de $\boldsymbol{L_{PO}}$ um elemento $\xi(t)\in\Delta$ como segue:

i. Se $\boldsymbol{t}$ é uma constante individual, por exemplo, c, então $\xi(t)$ é o elemento $\rho(c)\in\Delta$ que a *função denotação* associa a c;
ii. Se $\boldsymbol{t}$ é uma variável individual, por exemplo, x_i, então $\xi(t)$ é o elemento σ_i da seqüência Σ;
iii. Se $\boldsymbol{t}$ é do tipo $P(t_1,t_2,\ldots,t_n)$, então $\xi(t) = \rho(P)(\xi(t_1),\xi(t_2),\ldots,\xi(t_n))$.

A partir do que dissemos é possível definir o que significa dizer que a seqüência Σ *satisfaz* uma fórmula α de $\boldsymbol{L_{PO}}$ com respeito à interpretação dada:

i) Se α é uma fórmula do tipo $P(t_1,\ldots,t_n)$, onde P é um símbolo de predicado de aridade *n*, ($n\geq 0$) então Σ *satisfaz* α com respeito à interpretação dada se e somente se $\langle\xi(t_1),\ldots,\xi(t_2)\in\rho(P)\rangle$; diz-se que Σ *não satisfaz* α em caso contrário;

ii) Se α é uma fórmula do tipo $\neg\beta$, então Σ satisfaz α se e somente se Σ não satisfaz β;

[144] A função ρ conecta a linguagem de primeira ordem $\boldsymbol{L_{PO}}$ com sua interpretação. Em alguns casos, ao invés de usar a função ρ na estrutura, listam-se coleções de objetos de Δ, de relações e de funções sobre Δ, de forma que uma estrutura para uma linguagem de primeira ordem é dada por $\mathfrak{A} = \left\langle\Delta,\{a_i\}_{i\in I},\{P_j\}_{j\in J},\{f_k\}_{k\in K}\right\rangle$.

iii) Se α é uma fórmula de tipo $\beta \to \gamma$, então Σ satisfaz α se e somente se Σ não satisfaz β ou satisfaz γ;

iv) Se α é da forma $\forall x_j \beta$, então Σ satisfaz α se e somente se toda σ_j variante de Σ, isto é, toda seqüência Σ' que difira de Σ no máximo quanto ao elemento σ_j, é tal que Σ' satisfaz β.

Tendo em vista as definições usuais dos demais conectivos e do quantificador existencial, resulta por definição o seguinte[145]:

v) Se α é da forma $\beta \vee \gamma$, então Σ satisfaz α se e somente se Σ satisfaz β ou satisfaz γ;

vi) Se α é da forma $\beta \wedge \gamma$, então Σ satisfaz α se e somente se Σ satisfaz β e se Σ satisfaz γ;

vii) Se α é da forma $\beta \leftrightarrow \gamma$, então Σ satisfaz α se e somente se Σ satisfaz ambas, β e γ, ou não satisfaz nenhuma das duas;

viii) Se α é da forma $\exists x_j \beta$, então Σ satisfaz α se e somente se existe uma σ_j variante de Σ, ou seja, uma seqüência Σ' que difira de Σ no máximo quando ao elemento σ_j, é tal que Σ' satisfaz β.

Diz-se que uma fórmula α é verdadeira (ou falsa) relativamente a uma interpretação $\mathfrak{A} = \langle \Delta, \rho \rangle$ (que simbolizamos por $\vDash_{\mathfrak{A}} \alpha$) quando a fórmula α é satisfeita por toda seqüência Σ formada com elementos de Δ, e é falsa se nenhuma seqüência de elementos de Δ a *satisfaz* (que simbolizamos por $\nvDash_{\mathfrak{A}} \alpha$).

Os seguintes fatos relativamente a conceito de verdade exposto, entre outros, são de grande relevância matemática e filosófica:

---

145 $(\alpha \vee \beta) =_{def} \neg \alpha \to \beta$, $(\alpha \wedge \beta) =_{def} \neg(\neg \alpha \vee \neg \beta)$, $(\alpha \leftrightarrow \beta) =_{def} (\alpha \to \beta) \wedge (\beta \to \alpha)$
$\exists x\alpha =_{def} \neg \forall x \neg \alpha$

I. $\vDash_{\mathfrak{A}} \alpha$ se e somente se $\nvDash_{\mathfrak{A}} \neg\alpha$.

II. $\nvDash_{\mathfrak{A}} \alpha$ se e somente se $\vDash_{\mathfrak{A}} \neg\alpha$. (*i.e.*, uma dada fórmula não pode ser verdadeira e falsa relativamente a uma dada interpretação).

III. Não se tem $\vDash_{\mathfrak{A}} \alpha$ e $\nvDash_{\mathfrak{A}} \alpha$ (ou seja, uma fórmula não é verdadeira e falsa relativamente a uma dada interpretação).

IV. Se α é uma fórmula da linguagem (sem variável livre), então $\vDash_{\mathfrak{A}} \alpha$ ou $\nvDash_{\mathfrak{A}} \neg\alpha$ para toda interpretação $\mathfrak{A}$ (em outras palavras, uma sentença é sempre verdadeira ou falsa).

Dizemos que um *modelo* para um conjunto Γ de fórmulas é uma interpretação $\mathfrak{A} = \langle \Delta , \rho \rangle$ relativamente à qual todas as fórmulas de Γ são verdadeiras. E ainda, um *modelo* de uma teoria de primeira ordem ***T*** é uma interpretação $\mathfrak{A}$ para a linguagem de ***T***, na qual todos os axiomas de ***T*** são verdadeiros.

Teorema: se $\mathfrak{A}$ é modelo de ***T***, então todos os teoremas de ***T*** são verdadeiros em $\mathfrak{A}$. (*Cf.* Mendelson, E. [94] p.57)

Algumas observações agora são oportunas sobre a verdade como correspondência tal como formulada por Tarski.

Embora a rigor a definição acima delineada não se aplique às ciências empíricas podemos, "obviamente considerar a estrutura $\mathfrak{A}$ como esquematizando o conceito de porção do universo que nos circunda ou de nossa experiência. [Dessa forma] a verdade abstrata da lógica está para a verdade concreta, relativa ao mundo que nos cerca, na mesma proporção em que a mecânica racional dos corpos rígidos está para os fenômenos mecânicos reais". (*Cf.* Costa, N.C.A. [29] p. 125)

Outro fato deveras relevante a ser lembrado é que o conceito de verdade delineado por Tarski é relativizado a uma determinada interpretação: uma fórmula é ou não verdadeira sempre em relação a uma dada interpretação, mas possivelmente falsa relativamente a outras.

Destarte, pode parecer talvez às pessoas sem algum treino filosófico que a ciência almeja a verdade mais ou menos como descrita precedentemente. Entretanto, alguns reparos devem ser feitos: Evidentemente, ainda que a definição de Tarski seja de um ponto de vista da lógica, bem estruturada, servindo, entre limites, para esclarecer o que se pretende significar quando se sustenta que em ciência se busca a verdade, ela apresenta certas limitações, e pode ser ampliada. Dois exemplos, entre outros, são aqui particularmente proeminentes:

I. Considerando o fato de o conceito de verdade acima bosquejado estar associado a uma interpretação conjuntista (um par ordenado) $\mathfrak{A} = \langle \Delta, \rho \rangle$, isto é, formulamos nossa definição de verdade para uma linguagem de primeira ordem tendo por arcabouço um aparato metamatemático (usualmente uma teoria de conjuntos). Assim, se quisermos ser precisos, devemos identificar que teoria de conjuntos estamos utilizando para suportar nossa definição de verdade, o que pode acarretar certos problemas. Por exemplo, se adotarmos uma teoria como Zermelo-Fraenkel (*ZF*), então temos uma linguagem de primeira ordem $\boldsymbol{L}_{ZF}$ para tal teoria. A questão que naturalmente vem é a seguinte: como aplicar a definição semântica de verdade para saber se uma sentença é verdadeira ou falsa relativamente a linguagem da referida teoria de conjuntos? Em consonância com a definição acima, uma interpretação para $\boldsymbol{L}_{ZF}$ teria que ser um par ordenado $\langle \Delta, \rho \rangle$, no qual Δ fosse à coleção de todos os conjuntos. Porém, como se pode demonstrar *ZF* não possui tal classe de conjuntos, isto é, em *ZF* não há *conjunto universal*. Em síntese, uma linguagem como $\boldsymbol{L}_{ZF}$ não tem semântica conjuntista, não podendo se estabelecer para tal teoria uma definição de verdade como acima, já que a verdade que se quer definir é função da verdade dos postulados da teoria dos conjuntos (assumidos na metalinguagem). Claramente aqui caímos numa limitação da definição esboçada. (*Cf.* da Costa, N.C.A. & Krause, D. [44] p.100s) De qualquer forma, é possível se construir teorias da verdade distintas da usual, tendo por base teorias de conjuntos bem menos convencionais, porém, mais potentes para determinados propósitos (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p.126).

II. Outra limitação que nos interessa destacar, relativamente a aplicação de tal definição às teorias das ciências empíricas, vem do fato de ela pressupor que as relações em Δ sejam relações totais. Ora, se considerarmos que a estrutura $\mathfrak{A}$ esquematiza certo domínio de universo que nos circunda, ou de nossa experiência, devemos ter em conta o fato de nosso conhecimento sobre Δ (entendido como domínio de investigação) talvez nunca, ou quase nunca, sejam um retrato fiel do mundo. Em outras palavras, as proposições e hipóteses da ciência não são efetivamente verdadeiras no sentido da correspondência que a definição de Tarski procura captar, mas sim parcialmente verdadeiras ou contém algum elemento de verdade. O desenvolvimento formal desse aspecto da verdade em ciência deve ser considerado, se pretendemos uma teoria da verdade mais próxima daquilo que realmente se processa no âmbito das ciências empíricas.

Vale advertir que quando Tarski introduziu sua definição formal de verdade como correspondência procurou "capturar" as intuições que seguem a "*concepção clássica aristotélica da verdade*" (*Cf.* Tarski, A. [148] p.160). Similarmente, Newton da Costa e colaboradores (*Cf.* Mikenberg *et al.* [95]) procuraram representar as "intuições" de teorias pragmatistas tal como formuladas, por exemplo, por Peirce e James, embora, como ele mesmo afirma, não pretenda fazer exegese de nenhum pensador pragmatista. Assim, declara da Costa: "... desenvolvemos uma teoria da verdade que nos foi sugerida pelos textos pragmatistas, especialmente de James e de Peirce, e que, por isso, batizamos de verdade pragmática (ou *quase-verdade*)". (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p.128)

Assim sendo, o conceito de quase-verdade foi introduzido por meio de uma generalização da formulação tarskiana do conceito de verdade, com o objetivo de proporcionar um quadro conceitual que permita representar formalmente aspectos da "incompletude" comumente encontrada na ciência, assentando a idéia de que as teorias científicas não são a rigor verdadeiras (no sentido da correspondência), são ao menos, num sentido que procuraremos deixar claro no próximo capítulo, quase-verdadeiras. Outro importante aspecto é o fato de em nossas teorias se interpolarem fatores pragmáticos, já que as informações de que dispomos sobre Δ serem relativas a nossos interesses, ou de acordo com o que se toma por relevante em determinado contexto. A idéia está baseada na noção de 'estrutura parcial', que representa matematicamente nossa incapacidade de sabermos se certas relações podem existir entre os objetos do domínio de investigação considerado. Reiteramos: na teoria da verdade formulada por Tarski, todas as relações no domínio de investigação são totais, já a quase-verdade assume que há certa "incompletude" na informação de que dispomos sobre Δ na medida em que frequentemente não sabermos se determinadas relações entre os objetos de Δ se estabelecem ou não (*Cf.* Mikenberg *et al.* [95] & da Costa, N.C.A. & French, S. [42]). Naturalmente à medida que obtemos mais informações sobre Δ, podemos determinar se certas relações de fato ocorrem ou não, o que representa um incremento em nosso conhecimento sobre Δ. Tais relações são parciais no sentido em que não estão necessariamente definidas para todas as *n-uplas* de objetos de Δ.

Destarte, a investigação de certo domínio do conhecimento frequentemente exige o emprego de certas estruturas matemáticas. Assim, se consideramos Δ um determinado domínio de investigação. Para tratarmos dos objetos de Δ, devemos introduzir certos elementos conceituais que nos auxiliem a representar e sistematizar as informações de que dispomos sobre o domínio em pauta. Para isso associamos a Δ um conjunto D, contendo tanto objetos observáveis, quanto objetos não-observáveis (*p.ex.*, em física de partículas, quarks e grávitons) que tem por objetivo facilitar o processo de sistematização de Δ. Naturalmente, a existência ou não de tais entidades não-observáveis é o que distingue posições filosóficas realistas (*e.g.*, R. Boyd) de anti-realistas (*v.g.*, Van Fraassen) a respeito do conhecimento científico. O que é interessante notar é que a abordagem da quase-verdade procura captar formalmente certas intuições acerca do conhecimento científico, partilhadas tanto por concepções realistas mais sofisticas quanto anti-realistas que seja, ao investigarmos certo domínio, estamos interessados em certas relações entre os objetos do conjunto D acima indicado, que intuitivamente representam a informação de que dispomos sobre Δ.

Seguindo as idéias de da Costa e colaboradores, a propósito da quase-verdade das teorias científicas, podemos afiançar que uma teoria, como a mecânica clássica, é válida em determinados domínios (que não envolvem velocidades próximas a da luz ou corpos extremamente massivos), permanecendo perenemente quase-verdadeira. Particularmente a teoria da quase-verdade procura captar a idéia de que teorias científicas não são irrestritamente verdadeiras, possuindo campos de aplicação limitados. Claramente o progresso científico, parece corroborar a idéia de que as teorias, hipóteses e leis que vão sendo substituídas por outras mais adequadas, não podem ser rotuladas como completos fracassos da empreitada científica. Assim, a mecânica de Newton e o átomo de Bohr, para citar dois exemplos típicos, não obstante abandonadas como retratos fiéis da realidade, encerram uma parcela de verdade, dentro de certos limites. Isto significa que as teorias racionalmente bem constituídas sempre captam algo da verdade que o cientista tem como objetivo.

Vale dizer que a noção de quase-verdade também permite uma nova abordagem da noção de probabilidade pragmática (*Cf.* da Costa, N.C.A. & French, S. [42]). Deste modo, se constata que embora em determinados contextos a probabilidade de certas teorias científicas sejam verdadeiras é nula, a probabilidade de que sejam quase-verdadeiras não o é. Em poucas palavras, a noção de probabilidade pragmática deve consistir na avaliação da probabilidade da quase-verdade de uma teoria. Isto evidentemente subverte profundamente as condições sob as quais teorias, no domínio das ciências empíricas, devam ser aceitas ou recusadas.

Outro aspecto de relevo a teoria da quase-verdade é o fato de ela possuir como lógica subjacente uma lógica paraconsistente e, portanto, admitir a possibilidade de teorias inconsistentes, mas não triviais como legítimas. Como procuraremos enfatizar no capítulo seguinte, via de regra tem-se constado que inconsistências fazem parte do desenvolvimento de teorias científicas, dando forte indício que teorias contraditórias sejam definitivamente inevitáveis em muitas construções teóricas. De mais a mais, resultados como os teoremas de Gödel reforçam a idéia de que contradições não podem ser suprimidas completamente do corpo da ciência. Visivelmente a noção de quase-verdade pode acomodar melhor a existência de inconsistências em ciência com sua racionalidade.

Para finalizar, segundo nosso ponto de vista, tudo parece indicar que a racionalidade científica se amalgama melhor com a perspectiva da quase-verdade a propósito dos fins da atividade científica. Como faz notar da Costa, pelo menos no contexto da exposição, o cientista, adotando postura racional, procura a quase-verdade, que vai sendo mais bem delimitada, seja pela verificação, que permite aumentar a probabilidade das teorias (sejam probabilidades topológicas, comparativas ou métricas), seja pela falsificação, que, consiste para ele na restrição apropriada dos domínios de aplicação das teorias (incluídas as leis e hipóteses). Assim, em casos extremos, a evolução da ciência pode demonstrar que certos domínios da ciência podem se tornar vazios, o que significa a morte das teorias correlatas. Porém, as boas teorias, já muitas vezes verificadas e, por isso, devidamente corroboradas, são permanentes, nunca deixando de conter alguma parcela de quase-verdade. Se, vez por outra, teorias já bem corroboradas são abandonadas, não o são pelo fato de terem sido falsificadas, mas por questões de ordem pragmática.

Como já dissemos, no próximo capítulo, voltaremos a tratar (daremos um tratamento simbólico) com mais precisão a teoria da verdade pragmática desenvolvida por Newton da Costa, chamada presentemente de *quase-verdade*.

3.2.4. Dimensão crítica da racionalidade

> "Criticism is a crucial feature of rationality. But to criticize any proposal, one needs to use logic. Given logical pluralism, which logic should be used? Of course, for the logical pluralist, there's no unique answer to this question. Different context have different logics, and the choice between them is ultimately made in terms of pragmatic factors as well."
> (da Costa, N.C.A. & Bueno, O., [15] p.14)

A dimensão crítica da razão se constitui elemento chave para a compreensão da atividade racional, é, porém, aspecto que não se deixa caracterizar com precisão, embora alguns aspectos mais gerais dessa atividade possam ser contemplados, mesmo que por alto, como aqui pretendemos bosquejar em poucas linhas.

Cumpre advertir, antes de tudo, a propósito do que salienta a epígrafe dessa seção, que a análise crítica de determinada proposta teórica, implica primordialmente a aplicação de uma determinada lógica, já que dependemos de procedimentos de inferência para extrairmos conseqüências de uma determinada proposta, e determinarmos a aceitabilidade da mesma. A questão que se coloca inevitavelmente é que lógica devemos adotar? A resposta, pelo que dissemos sobre a dimensão lógica da racionalidade, é a seguinte: a lógica adotada dependerá do contexto, ou seja, do domínio de aplicação ou em exame.

Como corolário do que asseveramos, defendemos aqui um pluralismo lógico, tanto no que diz respeito ao exame crítico dos fundamentos das teorias científicas com da própria racionalidade científica.

Destarte, vale lembrar que a crítica é dimensão que resiste à formalização e axiomatização, sendo elemento invariavelmente dinâmico e flexível da atividade racional, particularmente devido a sua complexidade e fluidez. Deste ponto de vista, esta dimensão da racionalidade parece constituir, de um lado, a própria fronteira do rigor e formalismo da razão científica e, por outro lado, a possibilidade da razão evoluir, em outras palavras, de não estar definitivamente sedimentada em categorias e princípios hirtos.

Um aspecto a ser destacado da atividade crítica da razão diz respeito à habilidade de avaliar situações cognitivas em que não é possível solve-las por meio de algoritmos, já que a atividade crítica não é determinada em última instância por regras rígidas, mas por aspectos informais de inferência, julgamento e análise. Trata-se, sobretudo, de habilidade de avaliar em que comparece certo grau de criatividade (e, portanto, de liberdade) e competência aprendida (e, assim, de experiência), algo análoga à de um engenheiro ou médico experiente. Um corolário disso é que a racionalidade não se impõe de uma vez por todas como um fato infalível, mas como um processo em que a razão pode tomar como objeto de crítica a própria razão pelo exercício da crítica da razão. Nas palavras de Miguel de Unamuno: "O triunfo supremo da razão é a de por dúvida sobre sua própria validade." (*Cf.* Unamuno, M. *apud* Kline, M. [78] p. 319).

Outra feição de destaque relativamente à atividade crítica esta relacionado a capacidade de julgamento de mérito que envolve, em certas situações aspectos estéticos (por exemplo, na apreciação de uma obra de arte, e mesmo no julgamento de uma teoria científica), lógicos (*p. ex.*, sobre qual lógica subjacente seja mais adequada a determinado contexto teórico) e/ou metodológicos.

Naturalmente um pressuposto básico desta dimensão da racionalidade é a de que as proposições e teorias têm caráter provisório, não se apresentando como verdades absolutas e definitivas, mas como passíveis de serem discutidas, de suscitarem divergências e discordâncias perfeitamente legítimas do ponto de vista racional. Enfim, de permitirem formulações alternativas. Com efeito, como se tratam de construções do espírito humano – por oposição, *e.g.*, a verdades reveladas de caráter divino ou sobrenatural – estão sempre abertas a discussão, a reformulação e correção, o que põe em relevo seu aspecto histórico e dinâmico. É nesse sentido que a história da ciência defluiu da atividade da razão e, ao mesmo tempo, demonstra que a percepção crítica de determinados construtos teóricos permite dialetizá-los. São exemplos patentes desse processo crítico da razão, nas ciências formais, o surgimento das geometrias não-euclidianas, que despontam como uma nova percepção da noção de espaço; as álgebras não comutativas e mesmo as lógicas não-clássicas. Na física, particularmente, se destacam as análises de Einstein e Poincaré sobre as noções de tempo e espaço da mecânica newtoniana, que permitiram o surgimento da mecânica relativística. Outro exemplo de destaque que não pode ser deixado de lado foi o debate Einstein-Bohr a respeito dos fundamentos da Mecânica Quântica. Vale dizer que a crítica permanente constitui pilar fundamental da racionalidade científica, embora, nossas perquirições aqui sejam algo idealizado do que realmente se processa na atividade cotidiana da ciência.

3.3. Os princípios pragmáticos da razão segundo da Costa

> "Em princípio existem várias lógicas, todas lícitas de um ponto de vista racional. A escolha dentre elas, no contexto da ciência, faz-se mais ou menos como o físico escolhe a geometria que melhor se adapte a suas pesquisas, dentre as diversas geometrias matematicamente possíveis".
> (da Costa, N.C.A. [28], p 18)

> "Lês développements de la logique moderne (...) constituent (...) un véritable recensement des formes générales de la pensée rationnelle."
> (Granger, [65], p. 46).

De acordo com Granger, "a ambição dos filósofos foi sempre a de reduzir a razão a princípios" (*Cf.* Granger, [65] p.51), isto é, de estabelecer, de alguma forma, as categorias e as leis que regem o pensamento válido ou, dito de forma mais precisa, racionalmente válido. Ao que tudo indica, Aristóteles consta como o primeiro a empreender de modo sistemático essa tentativa, ao estabelecer o princípio da não contradição como o mais fundamental e evidente princípio da razão. Sem este princípio, conforme se pensava, não poderia existir atividade racional propriamente dita. Além desse princípio, a racionalidade agregava também a lei da identidade e do terceiro excluído a outras "leis" racionais. Essas leis pareciam ao lógico tradicional princípios invariáveis. "Qualquer que fosse o motivo dessa invariância – a natureza da razão ou a constituição metafísica do mundo – ela era um fato para o lógico tradicional" (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p.42).

Esse estado de coisas se alterou radicalmente a partir do século XX, como tratamos de demonstrar em seção anterior. O surgimento, primeiro, de um ponto de vista puramente abstrato (a idéia de lógicas imaginárias ou não-aristotélicas de N.A. Vasiliev), de lógicas distintas da clássica, que violam os princípios dessa, indicava nitidamente a possibilidade de uma racionalidade não-aristotélica. Episódio surpreendente, porém, relativamente a isto, foi o fato de, nos mesmos moldes das geometrias não-euclidianas, essas lógicas ganharem paulatinamente as mais diversas aplicações, mostrando que a lógica subjacente a determinados contextos racionais deve ser a que melhor se adapta a tais contextos, ou a que efetivamente emerge deles, e não uma imposta de fora, por motivos extrínsecos.

Dessa forma, por exemplo, o construtivismo em matemática, advogado pelos intuicionista, como Brouwer, desembocou na lógica intuicionista, em que não vale o princípio do terceiro excluído. Daí a lógica tradicional, mesmo em sua formulação simbólica, ser inapropriada para a matemática intuicionista. "Brouwer insiste que a matemática não se compõe de verdades eternas, relativas a objetos intemporais, metafísicos, semelhantes às idéias platônicas [como suposto pela lógica clássica]. Em contraposição, com base em pressupostos pragmáticos, ele procura demonstrar que o saber matemático escapa a toda e qualquer caracterização simbólica e se forma em etapas sucessivas que não podem ser conhecidas de antemão. A matemática, em resumo, pertence à categoria das atividades sociobiológicas e se destina a satisfazer certas exigências vitais do homem". (*Cf.* da Costa, N.C.A. [32], p. 20)

Outro caso, que atesta a impossibilidade de se aceitar o absolutismo lógico, calcado na lógica tradicional, diz respeito ao seguinte fato da mecânica quântica, que sugere que a racionalidade da física moderna não se pautaria pela lógica clássica, aqui descrito sem muito rigor.

Vamos considerar o comportamento dos elétrons. Essas entidades possuem momento angular intrínseco, denominado spin. De acordo com numerosos fatos experimentais, tem-se conhecimento que o spin é quantizado, e assume no caso do elétron apenas dois valores, usualmente designados por $+\frac{1}{2}$ e $-\frac{1}{2}$ (na mecânica clássica, o momento angular varia continuamente). Agora, se supusermos que dispomos de um feixe de elétrons cujo spin está polarizado segundo um eixo de coordenadas x possuindo valor $+\frac{1}{2}$, a proposição

α : O feixe de elétrons tem spin $+\frac{1}{2}$ na coordenada x

é verdadeira. Além disso, as proposições:

β : O feixe tem spin $+\frac{1}{2}$ na direção y,

γ : O feixe tem spin $-\frac{1}{2}$ na direção y,

onde, $x \neq y$, são tais que $(\beta \vee \gamma)$ é evidentemente verdadeira pelo que foi dito acima. Portanto, $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)$ também o é. Se aplicamos a lei distributiva, obtemos:

$$\alpha \wedge (\beta \vee \gamma) \leftrightarrow (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma),$$

Resulta que $(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$ também deve ser verdadeira. Porém, dado que $x \neq y$, pelo princípio de Heisenberg[146], esta última proposição dever ser falsa ou destituída de sentido

[146] Quando temos em mente a física clássica, que trata de objetos macroscópicos, ao medirmos por exemplo o estado de uma partícula (posição e momento), praticamente não se alteram as grandezas que estamos medindo. Na microfísica, por outro lado, ao medirmos o momento de uma partícula, modificamos seu estado, isto é, grosso modo, o instrumento de medida interfere com o fenômeno, alterando outras

(*Cf.* da Costa, N.C.A. [29], p.201). Esse fato não parece nada racional do ponto de vista da lógica usual, haja vista que a conjunção de proposições com sentido sempre é dotada de sentido. Portanto, o princípio de incerteza conduz a física quântica, aparentemente, a algo irracional, se supusermos a lógica clássica como única lógica subjacente às teorias científicas. Visivelmente, a situação sugere que seja lícito elaborar uma nova lógica para determinados setores da física, como aliás foi feito por G. Birkhoff e J. Von Neumann em seu célebre artigo de 1936, que deu origem a uma nova área de investigação, a "lógica quântica". (*Cf.* Birkhoff, G & Von Neumann, [11] p.67ss)

Como já observamos, uma das funções da razão é a constituição de conceitos. Desse modo, podemos dizer que o conhecimento racional possui uma estrutura conceitual. Além disso, em qualquer domínio de investigação, é imprescindível a realização de inferências e julgamentos (função operativa da razão). Com isso, explicita ou tacitamente, em qualquer contexto racional há uma lógica subjacente. Isso permite nosso autor formular o seguinte princípio pragmático da razão, que chama princípio da sistematização: (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p. 45).

A razão sempre se expressa por meio de uma lógica.

Este princípio de da Costa sublinha de modo inequívoco a relevância da lógica para a racionalidade. De modo explicito ou implícito, num contexto racional, sempre se encontra subjacente um sistema lógica. Porém, parece evidente pelas linhas tracejadas acima que não há uma única lógica, isto é, o conhecimento racional, e especificamente o científico não repousa sobre uma única lógica, o que dá margem à seguinte questão: o que impede que a razão use simultaneamente, num mesmo contexto, vários sistemas lógicos? De acordo com da Costa, a combinação, que deve ser harmônica, de diversos sistemas lógicos, na verdade constitui um único sistema. Neste caso, ao se estabelecer um sistema lógico subjacente a um contexto racional, esse não deve se alterar de forma aleatória. O que permite enunciar o segundo princípio da racionalidade, denominado princípio de unicidade, a saber:

grandezas ligadas à partícula, como suas coordenadas. Heisenberg constatou tais fatos e formulou o princípio de incerteza, segundo o qual a medida de determinados estados em função das coordenadas espaço-temporal é completamente impossível. Assim, não se pode medir simultaneamente o momento e as coordenadas que dão a posição de uma entidade quântica, como um elétron, por exemplo.

Em dado contexto, a lógica subjacente é única.

Este segundo princípio estabelece que, uma vez estabelecida as regras do jogo, elas não devem ser alteradas. "Uma alteração modificaria imediatamente as regras do jogo inicial, transformando-o em outro" (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p.46). Claramente, os dois princípios em foco não estabelecem a situação real da atividade racional, mesmo por que não estamos aqui tratando dessa atividade diretamente, mas dos produtos expressos no que chamamos contextos racionais e, portanto, não se trata de uma questão de fato, mas de uma idealização.

Para arrematar, o terceiro princípio de da Costa, chamado de princípio de adequação diz que:

A lógica subjacente a dado contexto deve ser a que melhor se adapte a ele.

Este último princípio estabelece, grosso modo, que a razão procura constantemente conhecer ou explicar o contorno de modo cômodo. Poderíamos aqui falar de uma economia da razão, de tal sorte que as categorias e princípios que regem determinado domínio de investigação devam se ajustar a ele. Vale observar, porém, que a noção de adaptação, segundo da Costa, envolve diversos aspectos, psicológicos, sociológicos, estéticos, históricos, epistemológicos e de simplicidade entre outros. De qualquer forma, tudo parece indicar que a razão em geral se pauta nos princípios pragmáticos acima postos. Assim, por exemplo, a lógica subjacente à matemática tradicional é clássica, pelo fato de ser a que melhor se amolda a essa. Já na mecânica quântica, embora, essa, por diversas razões, recomende a utilização de uma lógica distinta da lógica clássica, emprega-se ainda essa última, por diversas razões, entre as quais, podem ser listados motivos de caráter sociológico, psicológico e de simplicidade.[147]

Os princípios de da Costa advertem que não há ciência sem lógica subjacente, embora isso nem sempre esteja explicitado. Com efeito, os princípios de sistematização e

[147] É interessante notar que, de um modo geral, tudo indica que a maioria dos cientistas adota uma postura inteiramente pragmática no que diz respeito à sua atividade. Por conseguinte, o físico dedica-se cotidianamente à mecânica quântica sem preocupações com a lógica necessária para o tratamento rigoroso de seus fundamentos. De fato, essa não pode ser sua preocupação imediata, caso contrário não estaria fazendo física, mas filosofia da física.

unicidade garantem a objetividade e, por conseguinte, a intersubjetividade dos contextos racionais, particularmente dos científicos. Um discurso racional que não seja em princípio intersubjetivo (e, do mesmo modo, um discurso intersubjetivo que não seja racional) constitui numa contradição de termos.

Para concluir, reproduzimos as seguintes palavras de da Costa sobre seus princípios da razão:

> "Insistimos num ponto: não pretendemos sustentar que a lógica de um contexto ou de uma família de contextos seja sempre obtida pela aplicação consciente dos princípios pragmáticos; ao contrário, ela em geral vai se constituindo paulatina e dialeticamente, com a evolução histórica da própria ciência à qual pertence o contexto ou a família de contextos. Os princípios pragmáticos não passam de normas ideais, que o progresso da ciência e do pensamento racional parece respeitar, e que atualmente despontaram de modo explícito e critico, por exemplo, na matemática e na física, respectivamente com as lógicas heterodoxas e com as investigações sobre os fundamentos lógicos da mecânica quântica. Por outro lado, eles não são princípios absolutos: talvez algum dia venham a ser derrogados; entretanto, não se sabe como proceder se os abandonarmos. O resultado de se renunciar a eles certamente conduziria a uma ciência excêntrica e bizarra". (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p.48).

3.4. Duas concepções de racionalidade: concepção dogmática e dialética.

> "No tocante às relações entre razão e lógica, há duas posições básicas, as quais podemos denominar de, respectivamente, posição dogmática e posição dialética."
> (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p.17)

Em páginas anteriores, esboçamos algumas observações, oferecidas por da Costa sobre duas concepções de racionalidade: a dogmática e a dialética. Nitidamente, os princípios pragmáticos da razão não são incompatíveis com a possibilidade de que haja uma única lógica subjacente aos contextos científicos, seja a lógica tradicional, seja qualquer outra. Vale a pena explorar com vagar as duas posturas frente à racionalidade, embora uma distinção nítida entre dogmáticos e dialéticos, seja algo difícil de ser realizado. Na verdade, a distinção aqui esboçada tem caráter didático, isto é, tem por objetivo facilitar a exposição tornando-a algo melhor sistematizada.

De acordo com uma postura dogmática, a razão possui um núcleo invariante cujos princípios básicos coincidem com os da lógica clássica. Estes princípios são universais e absolutos, valendo sempre, independentemente dos objetos aos qual a atividade racional se debruce. Assim, a atividade racional pode percorrer os mais diversos domínios sem sofrer qualquer tipo de alteração, isto é, se modificam os objetos aos qual a razão se aplica, mas ela mesma é invariável: muda a matéria do conhecimento, mas a forma permanece a mesma. O lógico e o racional, nessa perspectiva, coincidem, sendo as leis da lógica inalteráveis, absolutas e independentes de tempo, lugar, desenvolvimento cultural e quaisquer outras circunstâncias. Por conseguinte, há um único sistema lógico verdadeiro, a despeito desse poder ser apresentado a partir de inúmeras formulações possíveis, tais abordagens enceram em última instância apenas alterações de detalhe, não modificando o núcleo mesmo da racionalidade.

Naturalmente, a razão, desse ponto de vista, é capaz de desvelar os princípios e categorias que regem a racionalidade humana, podendo estabelecer, em princípios, os cânones que distinguem de forma inequívoca o âmbito do racional.

Usualmente por trás de concepções dogmáticas da racionalidade jazem doutrinas especulativas. Assim, por exemplo, certas posições realistas postulam, entre outras coisas, que a lógica, em suas leis, é invariável porque retrata uma ordem única e universal, que governa tanto as entidades abstratas (os universais) quanto os objetos concretos da realidade que nos cerca. De qualquer forma, a ordem existe somente pelo fato existirem universais de certa espécie (objetos, classes, propriedades, relações,...) que explicam e justificam os princípios lógicos. Outros dois exemplos que merecem ser lembrados são o do realismo platônico e o psicologismo. No primeiro caso, advoga-se a existência de universais independentemente dos objetos concretos, no segundo, a lógica espelha as leis do pensamento válido, o qual se exerce de maneira única.

A concepção dialética, por seu turno, sustenta entre outras coisas que a razão não se deixa fixar de uma vez por todas por um conjunto de categorias ou princípios hirtos, não há identificação completa entre racionalidade e lógica. A razão é desse ponto de vista dinâmica e flexível. A postura dialética é, segundo nosso ponto de vista, a única que deflui naturalmente da história das ciências, tendo em vista que a evolução da ciência frequentemente desaconselha apontar para princípios e categorias que seja invariáveis, tal como usualmente pretenderam certas construções teóricas de caráter especulativo.

Cumpre deixar explícito que de acordo com a postura dialética, a razão não se constitui em elemento independente da experiência, mas que o sistema lógico que espelha, entre certos limites seu exercício, depende da interação com o mundo que nos circunda. Mais precisamente, parte da lógica é alicerçada nas interconexões profundas e dinâmicas entre razão e experiência, o que significa, noutras palavras, que a experiência contribui, para legitimar as normas racionais, que nunca são absolutas, mas vão se constituindo a partir da história da interação razão-experiência.

É nesse sentido que da Costa defende a concepção dialética como naturalmente decorrente da história das ciências e da própria razão. Para ele, "qualquer corpo de doutrina lógico é, em princípio dialetizável" (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p.61) e consequentemente, a busca por estabelecer princípios e cânones ontológicos da razão constitui empreendimento assaz discutível e duvidoso e quiçá, fadado ao fracasso.

Capítulo 4

Racionalidade científica em contextos inconsistentes

4.1. Inconsistência em ciência

> "The existence of inconsistency poses obvious problems for any view that construes theories as sets of sentences expressed in terms of classical logic" (*Cf.* Costa. N.C.A. & French, S. [42] p. 85)

Parece claro que em ciência, reiteradas vezes, tem-se que compatibilizar, de um modo ou de outro, teorias incompatíveis entre si ou mesmo se admitir, numa mesma teoria, proposições contraditórias. São inúmeros os exemplos na história da investigação e sistematização do conhecimento científico, que podem ser elencados como casos de inconsistência. Exemplo bastante lembrado na literatura é o modelo atômico de Bohr, que concilia proposições absolutamente contraditórias da mecânica clássica, eletromagnetismo e teoria quântica (*Cf.* da Costa, N.C.A. & French, S. [42] p.84); outros exemplos são: a teoria quântica da radiação do corpo negro, tal como estabelecida por Planck, a formulação inicial do cálculo infinitesimal, a aritmética proposta por Frege e a teoria intuitiva de conjuntos de Cantor. Desta conta, vale lembrar as idéias de Wittgenstein a respeito disso: "se uma contradição fosse agora efetivamente descoberta na aritmética – isto provaria apenas que uma aritmética, com essa contradição, poderia prestar serviços muito bons". (Wittgenstein, L. *apud* Costa, N.C.A. [28] p. 147) O problema é claro, como acomodar estes aspectos da prática e dos produtos da ciência com a racionalidade, dada a suposição de que a lógica clássica é a lógica subjacente às teorias científicas? Naturalmente, um conjunto de proposições inconsistentes para a lógica clássica permite derivar qualquer formula bem formada da linguagem da teoria, isto é, torna a teoria trivial e, consequentemente, inútil.

A existência de inconsistência impõe obviamente sérios problemas para qualquer abordagem que pretenda estabelecer teorias científicas como um conjunto de sentenças expressas em termos da lógica elementar clássica.

Aparentemente desde Heráclito até Hegel e Marx, entre outros, foram diversos os filósofos que defenderam, vez por outra, a tese de que contradições podem ser admitidas em certas teorias e contextos racionais. "Para alguns pensadores, a existência de contradição é, aliás, característica básica de toda teoria que traduza qualquer porção não muito restrita da realidade". (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p. 147). Contudo, o tratamento rigoroso, e o desenvolvimento de uma lógica, que abordasse de forma sistemática da contradição, ou que pudesse servir de *substratum* a teorias científicas inconsistentes, é fato, surpreendentemente, bastante recente, e vinculado a nome de matemáticos como Vasiliev e Jaskowski, de forma mais contundente a Newton da Costa, como já referido no capítulo anterior. Recentemente, no entanto, aparecerem extensões dessas idéias e outras linhas de pensamento envolvendo inconsistências, como a filosofia do "dialeteísmo", defendida por Graham Priest e outros, que admite a veracidade de *algumas* contradições. (*Cf.* Priest, G. [119]) Chris Mortensen, por exemplo, desenvolveu uma "matemática inconsistente" em *Inconsistent Mathematics* (*Cf.* Mortensen, C. [98]), também Ítala D'Ottaviano tem trabalhando no tema de um cálculo diferencial e integral paraconsistente, fundamentado nos sistemas de da Costa (*Cf.* d'Ottaviano, I. [26]). Neste trabalho seguiremos a linha desenvolvida por da Costa e seguidores.

Vale a questão: que motivações podem ser aludidas para a criação das chamadas lógicas paraconsistentes? Newton da Costa expressa algumas possíveis razões, em sua obra sobre filosofia da lógica, *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica*, (*Cf.* Costa, N.C.A. [28] p.149) que aliás, é bem posterior aos primeiros desenvolvimentos de sua teoria da paraconsistência[148]. Os objetivos da lógica paraconsistente, inicialmente chamada de *teoria dos sistemas formais inconsistentes* são, segundo o próprio Newton da Costa, as seguintes:

1. Estabelecer técnicas lógico-formais capazes de nos permitir a melhor compreensão das estruturas lógicas subjacentes às concepções dos partidários da dialética, tais como Heráclito, Hegel, Marx, Engels e Lênin;
2. Contribuir para o próprio entendimento das leis da lógica clássica, pois ocorre com

[148] Sua tese *Sistemas Formais Inconsistentes* é de 1963 (*Cf.* da Costa, N.C.A. [31]).

esta, exatamente o que se dá com a geometria euclidiana: as criações das geometrias não-euclidianas, não-arquimedinas, não-desarguinas etc., constituem não apenas realizações de suma relevância por si mesmas, como também contribuem para que se perceba com maior nitidez as correlações existentes entre os postulados da própria geometria euclidiana;

3. Estudar o esquema da separação da teoria dos conjuntos (...), quando se enfraquecem as restrições a ele impostas, procurando-se investigar até que ponto, em especial, teorias de conjuntos inconsistentes, mas não triviais, podem ser elaboradas (e o mesmo se passa com o esquema da separação no cálculo de predicados de ordem superior);
4. Contribuir para a sistematização e o balanço de teorias novas que encerram contradições e de antigas que, por esse motivo, foram abandonas ou praticamente relegas a segundo plano. Exemplos marcantes dessas últimas são a teoria dos objetos de Meinong e a teoria dos infinitésimos em sua forma original, sistematizada por l'Hopital, e que era flagrantemente contraditória...;
5. Colaborar para a apreciação correta dos conceitos de negação e de contradição. A lógica paraconsistente torna claro que há vários tipos de negação, de idêntica maneira que existem diversas formas de implicação; a lógica paraconsistente não somente concorre para desmistificar a contradição, como para apaziguar todos os que a temem. (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p. 149s)

Relativamente ao primeiro objetivo aduzido, isto é, a formalização do que seria uma dialética "*Heraclítico-hegelo-marxista*", da Costa tece algumas novas considerações em obras posteriores (*Cf.* da Costa and Wolf, R.G. [27]), embora, este objetivo possa ter tido alguma importância nas proposições iniciais do criador da lógica paraconsistente, não parece ter sido alcançado, haja vista, a grande variedade de possíveis interpretações do que seja efetivamente tal dialética, mesmo para os cultores dessa dialética.

O segundo ponto, embora não pareça claro que a relação entre lógica clássica e lógicas não-clássicas, seja da mesma ordem que a relação entre geometria euclidiana e geometrias não-euclidianas, estabelece que a origem das lógicas heterodoxas talvez possa ser associada, de forma heurística ou analógica, às origens das geometrias não-euclidianas (*Cf.* da Costa, [28] p. 60) Assim, Vasiliev e Łukasiewicz, quando construíram seus sistemas de lógicas heterodoxas, sempre se declararam motivados pelo surgimento das geometrias não-euclidianas. (*Cf.* Arruda, A. [2] p.3).

O terceiro e o quarto propósito agregados à criação das lógicas paraconsistentes parecem expressivos. Newton da Costa indica uma série de teorias científicas contraditórias, que uma lógica paraconsistente poderia de certo modo resgatar. Evidentemente, nesse caso topamos com a questão de possíveis aplicações da lógica paraconsistente. É certo, no entanto, para da Costa, que não se trata substituir a lógica clássica, nos pontos em que esta tem sido usada com sucesso, mas tão somente sistematizar as situações que comportam crenças contraditórias. (*Cf.* Costa, N.C.A. & French, S. [42]) Vale dizer, da Costa e colaboradores têm procurado dar um tratamento lógico dos sistemas efetivos de pensamento que comportam contradições, com especial atenção às teorias científicas. Ele distingue, desse ponto de vista, o que ele chama "paradoxos formais" de "paradoxos informais". Os primeiros consistiriam na derivação, no bojo de uma teoria formalmente constituída, de uma proposição e de sua negação; os segundos seriam argumentos aparentemente aceitáveis, de um ponto de vista lógico-informal, mas cuja conclusão não o é. Vamos adiante reexaminar em pormenor a teoria paraconsistente de conjuntos, não apenas para ilustrar uma aplicação da lógica paraconsistente, mas, sobretudo, como alternativa "positiva" e racional aos paradoxos da teoria intuitiva de Cantor.

A última motivação indicada por Newton da Costa diz respeito à elucidação das noções de negação, contradição e identidade, tal como se apresentam na lógica clássica. Assim, no *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica* (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p. 100 -112), nosso autor explora algo detalhadamente a análise feita por Łukasiewicz da lógica aristotélica, particularmente, em relação ao princípio de não-contradição. Newton da Costa parece inspirar-se em Łukasiewicz na formulação e justificação de sua lógica paraconsistente, embora, o lógico polonês não possa ser admitido a rigor como um precursor da paraconsistência, como já notamos no capítulo anterior.

A lei da não-contradição, para Łukasiewicz, tem uma tríplice formulação no livro Γ da Metafísica: *ontológica* ("é impossível que uma mesma coisa pertença e não pertença a determinada coisa ao mesmo tempo e sob o mesmo aspecto"); *lógica* ("o mais certo de todos os princípios é que proposições contraditórias não são simultaneamente verdadeiras.") e *psicológica* ("ninguém pode crer que a mesma coisa possa (ao mesmo tempo) ser e não ser."). Essa lei, embora, indemonstrável para Aristóteles (*Cf.* Aristóteles, [1] p.174s), encontra algum tipo de justificativa ao longo de sua obra, que Łukasiewicz procura analisar (*Cf.* Łukasiewicz, [90] e da Costa, N.C.A. [28], p.100s). Da análise de Łukasiewicz sobre o *status* da não-contradição em Aristóteles, bem como dos princípios de identidade e terceiro excluído, da Costa elabora algumas conclusões:

Primeiro, a lei da não-contradição não pode ser provada sustentando-se que ela é evidente. Com efeito, a evidência não é critério de verdade. Ela também não constitui uma lei psicológica "a partir de nossa estrutura psíquica, por seu turno, também não se pode derivar a lei" (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p. 108).

Segundo, para da Costa não se pode deduzir a lei da não-contradição da definição de negação ou falsidade. Afirma ele: "'Se *A* não é *B*' exprime simplesmente a falsidade de '*A* é *B*', parece natural pensar-se que essa definição acarreta a lei. Mas, na realidade, isto não ocorre: mesmo aceitando-se a definição precedente de falsidade, nada impede de que '*A* é *B*' e '*A* não é *B*' sejam ambas verdadeiras; apenas se impõe como conseqüência, que '*A* é *B*' é verdadeira e falsa simultaneamente. A lei da contradição envolve a noção de conjunção e não decorre unicamente da definição de negação (ou falsidade)." (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p.108).

Terceiro, da Costa conclui, das perquirições do lógico polonês, que qualquer defesa da lei da não-contradição deve levar em conta o fato de que há objetos contraditórios, como o círculo quadrado de Meinong. Para esses objetos a lei em questão não tem validade.

Por fim, o princípio da não-contradição não possui qualquer status lógico *a priori*. Possui muito mais, de fato, valor ético e prático. Assim, "Para a vida ordinária (atividades sociais, comunicações, etc.), como Aristóteles já havia insistido, a lei da contradição constitui pressuposto essencial (...), [porém], a imprescindibilidade prática da lei é coisa totalmente distinta de sua validez teórica." (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p. 110).

Da Costa insiste que “os princípios da identidade, da contradição e do terceiro excluído foram tratados, pelos filósofos e lógicos tradicionais, como leis básicas da razão, do pensamento” (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28], p.111). Porém, tais princípios, particularmente o da não-contradição, podem ser dialetizados, haja vista que seu caráter de lei absoluta não parece justificável. Claramente, existem sistemas lógicos heterodoxos que são tão plausíveis do ponto de vista formal quanto o clássico. Tudo indica que os princípios acima arrolados, não constituem propriamente em leis da razão, mas tão somente leis de certos sistemas lógicos. Em síntese: as chamadas “leis do pensamento racional” são relativas, particularmente, a lei da não-contradição é relativa. O núcleo da relatividade dos princípios da lógica clássica, para da Costa, decorre do seguinte: não se trata de estabelecer sua validade apenas no plano formal, mas de saber se eles têm validade em relação à realidade. Os princípios lógicos, de fato, valem mais como a geometria: como há várias geometrias matematicamente possíveis, somente aspectos pragmáticos, associados à dialética experiência-realidade, podem decidir qual deve ser empregada em uma em uma ciência particular. Assim, para a mecânica clássica, a geometria de Euclides é suficiente; entretanto, para a relatividade geral, uma geometria não-euclidiana pode ser mais apropriada. Algo análogo se passa com a lógica, desde que existem várias lógicas alternativas.

4.2. Estudo de caso: a teoria intuitiva de conjuntos[149]

> “A beleza da matemática é uma beleza severa, como a da escultura, não ri para qualquer um”.
> (*Newton da Costa, Notas de aula*)
>
> "… The essence of mathematics lies entirely in its freedom". (Cantor, *apud* Ewald, W., [55])

A Teoria de Conjuntos ocupa sem dúvida um lugar privilegiado no quadro das disciplinas matemáticas, e mesmo em outros campos da investigação científica, ela é

[149] Não pretendemos desenvolver aqui em detalhes a teoria intuitiva de Conjuntos, e tão pouco dar um tratamento rigoroso ao assunto, embora estejamos pressupondo por parte do leitor algum conhecimento básico do tema em apreço. Vale notar que a complexidade desta teoria, presentemente, e suas múltiplas implicações técnicas e filosóficas, a tornam um ramo da matemática extremamente profícuo. Nosso objetivo é focar essa seção em questões filosóficas, mais do que em detalhes técnicos, que terão caráter fragmentado.

requerida vez por outra, ou suposta explicita ou implicitamente. Praticamente todas as entidades investigadas na matemática (com algumas exceções, como quando nos afastamos do âmbito conjuntista propriamente dito, como no caso da teoria das categorias, ou quando consideramos entidades como classes próprias) podem ser consideradas conjuntos. Na verdade, o conceito de conjunto é relativo à teoria considerada; o que para uma teoria *T* é um conjunto, pode não sê-lo para uma teoria *T'*. Portanto, as questões acerca da natureza da matemática, em certo sentido, são basicamente questões acerca de conjuntos, daí sua relevância para nossas investigações sobre a racionalidade científica, especialmente quando temos em mente o papel desempenhado pela matemática no conjunto das ciências, e de sua racionalidade em certa acepção.

A teoria de conjuntos, também conhecida como teoria do infinito, possui um desenvolvimento *sui generis*. Diferentemente de outros ramos da matemática, que envolveram em sua história a contribuição de vários pensadores em sua arquitetura, a teoria de conjuntos é, em certo sentido, obra praticamente exclusiva de G. Cantor (1845-1918).

Vamos tratar de alguns pontos do desenvolvimento dessa teoria tendo em mente sua importância em duas frentes, uma mais técnica, relativa à sua relevância no processo de aritmetização da análise, outra, de caráter filosófico, relativa às discussões que avivou em torno da noção de infinito, e dos paradoxos associados a essa noção que conduzem, ainda que de forma heurística, ao problema da racionalidade científica.

Como já havíamos notado em linhas precedentes (*Cf.* Capítulo 02), a matemática do século XIX passou por profundas transformações, particularmente por seu desenvolvimento excepcional em diversas áreas, e pela crescente busca de rigor a que foi submetida. Dentre os fatos que merecem destaque neste sentido está o movimento de retorno aos fundamentos dessa disciplina, promovido por iniciativa de matemáticos como Cauchy, Abel e Weierstrass. Este movimento tinha por objetivo, entre outras coisas, clarificar certos pontos cegos, e assentar os diversos campos de investigação da matemática em bases seguras, o que culminou em um movimento que se tornou conhecido como Aritmetização da Análise (*Cf.* Boyer, C.B. [13]), ou seja, na fundamentação da análise (O cálculo e seus prolongamentos, especialmente os conceitos de função e número real) na aritmética dos inteiros. Aos poucos foram eliminadas diversas noções confusas, como a de *infinitésimo*, que se encontravam nas bases do cálculo diferencial. Evidenciou-se, por fim, que este corpo de doutrina se fundamentava unicamente no conceito de número natural. São importantes a respeito disso as definições puramente aritméticas de número real, formuladas por Cantor, Dedekind e Weierstrass, por exemplo.

A redução da análise à aritmética levou Kronecker à seguinte observação frequentemente citada: "O bom Deus criou os números inteiros; o resto é obra do homem". Porém, G. Cantor deu um passo adiante, abrindo ao mundo matemático um horizonte novo e sem fronteiras, ao estabelecer que a noção de número natural, não era de fato tão fundamental quanto parecia, mas que poderia estar alicerçado em uma idéia mais básica, no conceito de conjunto, abrindo uma nova perspectiva, não apenas para a matemática, mas, em certo sentido, para a própria noção de racionalidade desta disciplina em particular, e de outras nas quais ela é comumente requerida.

Por volta de 1870, Cantor estudava o problema da representação de funções reais por meio de séries trigonométricas, sugerido a ele pelo matemático H.E. Heine, com quem trabalhou na universidade de Halle. Entre as questões a que se dedicava, uma era a da unicidade de representação de funções dotadas de 'infinitos' pontos singulares. Foi deste modo, indiretamente portanto, que a atenção de Cantor se dirigiu no sentido de diversas questões ligadas à noção de conjunto, particularmente de conjuntos infinitos como totalidades acabadas, percebendo que uma caracterização abrangente, e uma classificação de tais conjuntos se mostravam necessárias. (*Cf.* Krause, D. [80], p.70)

Cabem aqui alguns comentários sob o status da noção de infinito precedente a Cantor, e as controvérsias que esta gerou no mundo filosófico e matemático, especialmente pelas contradições que ocasionou.

As primeiras discussões sobre o infinito têm suas origens, ao que parece, com Zenão de Eléia (450 a.C.) que estabeleceu um dos primeiros paradoxos conhecidos relacionados ao problema do infinito (*Cf.* Tiles, M. [150] p.12*ss*) . Fatos como os paradoxos de Zenão contribuíram para levar diversos pensadores a adotarem durante muito tempo uma matemática essencialmente finitista. Observa-se, nessa perspectiva, que já nos "*Elementos*" de Euclides, se considera uma figura como sendo "*Aquilo que está entre limites*" e, em parte, a desconfiança a respeito de seu último postulado está associada ao fato de fazer afirmações sobre o infinito em sua formulação original. Reflexões sobre o infinito também fizeram parte do *métier* de pensadores medievais, entre os quais Nicolau de Cusa e Giordano Bruno. Galileu já no século XVI descobriu a existência de uma bijeção entre os inteiros positivos e as potências de 2:

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & \ldots \\ \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \\ 2 & 2^2 & 2^3 & 2^4 & \ldots \end{array}$$

Tendo concluído pelo caráter absurdo e contraditório do infinito, já que este violava o princípio de que "o todo é maior que cada uma das suas partes próprias". Daí o chamado "paradoxo de Galileu" [150]. Mais tarde, no século XIX, Bernhard Bolzano (1781-1848) em seu livro *Paradoxien des Unendlichen*[151] mostrou que correspondências semelhantes entre os elementos de um conjunto infinito em um subconjunto próprio são bastante comuns. Antecedendo Cantor, "Bolzano parece ter percebido até, por volta de 1840, que a infinidade de números reais é de tipo diferente da infinidade dos inteiros, sendo não enumerável." (*Cf.* Boyer, C.B. [13] p. 381).

Em tais especulações sobre conjuntos infinitos tanto Gauss quanto Cauchy se situaram entre os que tinham uma espécie de *horror infiniti*. Gauss, particularmente, revelou sua oposição ao afirmar: "Eu protesto, disse Gauss, (...) contra o uso de magnitudes infinitas como se fosse algo acabado; este uso não é admissível em matemática. O infinito é somente uma *façon de parler*: deve-se ter em mente limites aproximados por certas razões tanto quanto desejado, enquanto outras razões podem crescer indefinidamente" (*Apud* Krause, D. [80] p. 71). Também Weierstrass e Kronecker consideravam o uso de totalidades infinitas em matemática se constituía um absurdo que viola os limites da racionalidade. Para eles o infinitamente grande ou pequeno, indicava apenas a potencialidade de Aristóteles. Claramente, essa matemática advogada na época

---

[150] Esta espécie de paradoxo é o que no primeiro capítulo chamamos de paradoxos contra-intuitivos (*Cf.* Capítulo 01, p. 19).

[151] Há uma tradução para o inglês com o título *Paradoxes of the Infinity*, editado por D.A. Steele (1950).

era essencialmente finitista, e típica de uma concepção de racionalidade científica por nós já esboçada. (*Cf.* Cap1)

Dedekind, por outro lado, percebeu que os paradoxos, tais como indicados por Bolzano, não representavam de fato uma anomalia, mas uma propriedade dos conjuntos infinitos, que definiu em artigo de 1872, da seguinte forma: "diz-se que um sistema *S* é infinito quando é semelhante a uma parte própria dele mesmo; caso contrário *S* se diz um sistema infinito." (*Cf.* Boyer, C.B. [13] p. 413).

Dois anos após a publicação dos resultados de Dedekind, Cantor publicou, no *Journal de Crelle*, um de seus artigos mais revolucionários, em que estabelece que os conjuntos infinitos não são todos semelhantes[152]. Cantor, ao longo de seus trabalhos, caracterizou a noção de conjunto em diversas passagens, em *Contributions* aparece uma "definição" da seguinte forma: "por conjunto (*Menge*) entendemos qualquer coleção reunida numa totalidade (*Zusammenfassung zu einem Ganszen*) ***M*** de objetos ***m*** definidos e distintos de nossa intuição ou pensamento. Estes objetos são chamados de 'elementos' de ***M***." [153] (*Cf.* Cantor, G. [19] p.85)

O conceito original de conjunto é bastante liberal e impreciso. Cantor fala de "objetos de nossa intuição ou pensamento" e de "objetos definidos e distintos". Certamente, nesta caracterização cantoriana de conjunto, figuram certos pressupostos, como as noções de 'distinguibilidade' ("os objetos de um conjunto devem ser 'distintos' uns dos outros") e individualidade. Tais pressupostos acarretam claramente, entre outras coisas, a necessidade de se estabelecer um critério que especifique quando um determinado objeto α é membro de um conjunto *C*, em outras palavras, uma forma de determinar sem ambigüidade se certo objeto é ou não membro do conjunto.

Em seguida, ele estabelece a noção de equivalência de conjuntos, que se revela de importância capital em sua teoria: 'Nós chamaremos de "potência" ou "número cardinal" de ***M*** o conceito geral que obtemos por meio de nossa faculdade de pensamento,

[152] Uma exposição da obra de Cantor bastante completa se encontra na Introdução de *Contributions to the Founding of the Theory of Transfinite Numbers* a qual faremos referência neste texto (*Cf.* Cantor, G. [19]).

[153] A teoria intuitiva de conjuntos, tal como formulada por Cantor, pressupõe a existência de objetos de natureza indeterminada com os quais podemos formar conjuntos. Uma teoria axiomática, como se tratará adiante, usualmente prescinde desses objetos iniciais (os átomos ou *Urelemente*).

originados do agregado ***M*** quando fazemos abstração da natureza de seus vários elementos ***m*** e da ordem em que são dados. Nós denotamos o resultado desse ato de abstração o número cardinal ou potência de ***M***, por $\overline{\overline{M}}$.' (*Cf.* Kneebone, G.T. [79] p. 160), ou em outros termos, *dados dois conjuntos* M *,* N *dizemos que* M *é equipotente a* N*, se e somente se, existir uma bijeção entre* M *e* N.

Informalmente falando, um conjunto *M* tem *n* elementos se, se pode mostrar que há uma bijeção entre *M* e o conjunto *n = {0, 1,..., n-1}*, se adotarmos a definição de número natural de Von Neumann. Disso resulta que se denotamos um subconjunto[154] qualquer M_n de números naturais, $M_n = \{1,2,3,...n\}$, é exatamente o fato de um conjunto *N* ser equipotente a M_n que nos permite dizer que *N* tem *n* elementos, ou, de outra forma, tem a mesma *cardinalidade* de M_n. Assim:

> *Diz-se que dois conjuntos quaisquer M e N têm a mesma cardinalidade, ou o mesmo número de elementos, se eles forem equipotentes.*

O fato de existirem conjuntos com um número finito de elementos com a mesma cardinalidade não parecia algo estritamente novo. Porém, Cantor, a partir das noções de equipotência e subconjunto próprio, pôde distinguir, com nitidez, entre conjuntos finitos e conjuntos infinitos; assim, um conjunto *M* diz-se finito se não há um subconjunto próprio de *M* que seja equipotente a *M*, em outros termos, um conjunto *M* é finito, se e somente se, for equipotente a algum número natural *n*. Por outro lado, se há um subconjunto próprio de *M* que seja equipotente a *M*, então *M* será um conjunto infinito. Trivialmente, todo número natural *n* é um conjunto finito pelo que foi dito.

O número cardinal dos conjuntos infinitos é chamado comumente de número cardinal transfinito, ou simplesmente transfinito. Todos os conjuntos infinitos equivalentes têm o mesmo número cardinal transfinito.

---

[154] Dados os conjuntos *M*, *N* diz-se que *N* é subconjunto de *M*, em símbolos, $N \subseteq M$, se todo elemento de *N* é elemento de *M*. Escrevemos $N \subset M$ para dizer que $N \subseteq M$ mas $N \neq N$.

Entre os conjuntos infinitos, Cantor estabelece como enumeráveis aqueles que são equipotentes ao conjunto dos naturais. Assim, exemplos de tais conjuntos são o conjunto de todos os naturais ímpares, o conjunto de todos os quadrados dos números inteiros positivos, os próprios números inteiros, etc. De forma surpreendente, entretanto, Cantor mostrou que o conjunto dos naturais e racionais tem a mesma cardinalidade, embora, os racionais seja um conjunto denso, isto é, entre duas frações quaisquer, por mais próximas que estejam, é sempre possível intercalar uma infinidade de racionais. Informalmente, o argumento do próprio Cantor é ilustrado pela seguinte figura:

$$
\begin{array}{ccccccccccccc}
\frac{0}{1} & \rightarrow & \frac{1}{1} & & \frac{-1}{1} & \rightarrow & \frac{2}{1} & & \frac{-2}{1} & \rightarrow & \frac{3}{1} & & \cdots \\
 & \swarrow & & \nearrow & & \swarrow & & \nearrow & & \swarrow & & \nearrow & \\
\frac{0}{2} & & \frac{1}{2} & & \frac{-1}{2} & & \frac{2}{2} & & \frac{-2}{2} & & \frac{3}{2} & & \cdots \\
\downarrow & \nearrow & & \swarrow & & \nearrow & & \swarrow & & \nearrow & & \swarrow & \\
\frac{0}{3} & & \frac{1}{3} & & \frac{-1}{3} & & \frac{2}{3} & & \frac{-2}{3} & & \frac{3}{3} & & \cdots \\
 & \swarrow & & \nearrow & & \swarrow & & \nearrow & & \swarrow & & \nearrow & \\
\frac{0}{4} & & \frac{1}{4} & & \frac{-1}{4} & & \frac{2}{4} & & \frac{-2}{4} & & \frac{3}{4} & & \cdots \\
\downarrow & \nearrow & & \swarrow & & \nearrow & & \swarrow & & \nearrow & & & \\
\vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & &
\end{array}
$$

Note-se que todo o número racional está representado pelo menos uma vez (a rigor, uma infinidade de vezes) na figura acima. Contando as frações como indicam as setas e eliminando as frações com valor repetido, obtemos a seguinte enumeração dos racionais:

$$0,\ 1,\ \frac{1}{2},\ -1,\ 2,\ \frac{-1}{2},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{4},\ \frac{-1}{3},\ -2\ \ 3\ \ \ldots$$

Visivelmente, esta enumeração exaustiva e não repetitiva demonstra que o conjunto dos racionais é enumerável. O número cardinal transfinito de todos os conjuntos infinitos enumeráveis é representado usualmente pela notação $\aleph_0$ (*Aleph-zero*). Neste caso, o velho princípio de que "o todo é maior do que as partes", não se aplica, o que indica uma situação completamente inusitada à uma racionalidade alicerçada em padrões finitistas. Com efeito, a "parte" dos naturais formada pelos naturais ímpares não é "menor" (em termos de cardinais) que o "todo", ou seja, o conjunto total dos números naturais.

Poder-se-ia pensar, a partir do que foi assinalado acima, que todos os conjuntos infinitos têm a mesma potência (cardinal), porém, Cantor assombrou o mundo matemático e filosófico ao demonstrar, conclusivamente, que este não é o caso, existindo conjuntos cujo número cardinal não é representado por $\aleph_0$. Por exemplo, o conjunto dos números reais possui potência maior que a dos racionais e, portanto, não pode ser colocado numa relação biunívoca com nenhum conjunto representado por $\aleph_0$. De fato, algumas descobertas de Cantor, relativamente ao infinito eram tão paradoxais a racionalidade científica da época, que ele mesmo se espantou, ao escrever uma vez a Dedekind, em 1877, "eu vejo isso, mas não acredito".

A fim de evidenciar, que a cardinalidade dos reais é estritamente maior que a dos racionais, Cantor utilizou o expediente de uma *reductio ad absurdum (RAA)*. Assim, se tomamos, por exemplo, os números reais no intervalo [0,1] e supormos que podemos enumerá-los, então se têm algo como o indicado na figura abaixo[155]:

$$\begin{array}{ccccccc}
1 & \leftrightarrow & 0, & a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots \\
2 & \leftrightarrow & 0, & a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots \\
3 & \leftrightarrow & 0, & a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots \\
4 & \leftrightarrow & 0, & a_{41} & a_{42} & a_{43} & \cdots \\
\vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots &
\end{array}$$

Para mostrar, que nem todos os números reais do intervalo dado, se encontra na lista acima, Cantor exibiu uma fração decimal infinita diferente de todas as indicadas na figura, que pertence ao intervalo em questão. O método conhecido como "*prova diagonal de Cantor*" diz que, a partir da diagonal do esquema, é possível construir um número real $r = 0, r_1 r_2 r_3 r_4 \ldots$ contido no intervalo, que não se encontra na lista, o que se faz a partir do arranjo $r_1 \neq a_{11}, r_2 \neq a_{22}, r_3 \neq a_{33}, r_4 \neq a_{44}, \ldots$, e mais geralmente, para cada número *i* na

[155] Os números reais podem ser representados por decimais infinitas, como *0,55555...*, ou *3,1415922654...*, e mesmo *1/3*, aparece como *0,3333...*Deste modo, a lista indicada na figura, expressa um conjunto de números reais na forma decimal. Observe ainda que para a_{ij} é um dígito entre *0* e *9*.

lista, estabelecemos que $r_i \neq a_{ii}$. Claramente, este número real está no intervalo [0,1] e, entretanto, é diferente de qualquer número disposto no arranjo que se presumia conter todos os números reais entre 0 e 1. O conjunto de todos os números reais no intervalo é um conjunto não enumerável. Seu número cardinal é usualmente chamado *cardinal do contínuo*, e representado por ***C***, com $C = 2^{\aleph_0}$. Usualmente os números reais podem ser subdivididos em algébricos e transcendentes. Cantor demonstrou que a classe dos números algébricos é enumerável e que, portanto, são os números transcendentes que dão ao conjunto dos números reais a propriedade de ser contínuo. Cantor, provou ainda, que existem infinitos números transfinitos para além de ***C.***[156] Um exemplo é o contínuo de todas as funções reais no intervalo $0 \leq r \leq 1$. Naturalmente, qualquer que seja o nível de conjunto infinito, haverá sempre outro nível superior ao dado, e assim sucessivamente, de tal forma que seguindo $\aleph_0$, temos $\aleph_1, \aleph_2, \ldots \aleph_n, \aleph_{n+1}$.

"Os incríveis resultados de Cantor o levaram a estabelecer a teoria dos conjuntos como uma disciplina matemática completamente desenvolvida, chamada *Mengenlehre* (teoria das coleções) ou *Mannigfltigkeitslehre* (teoria das multiplicidades)". (*Cf.* Boyer, C. B. [13] p. 415) Porém, esta teoria sofreu desde o início agudas objeções, além de proporcionar diversas questões, algumas, ainda fortemente presentes no quadro das investigações matemáticas de nossos dias. Dentre os problemas que se estabeleceu com a teoria de conjuntos, um é o chamado "problema do contínuo", considerado por Hilbert como um dos grandes problemas da matemática do século XIX legado ao século XX. As objeções à teoria cantoriana se tornaram vigorosas, particularmente devido aos paradoxos nela encontrados. Esses verdadeiramente pareciam corromper a racionalidade matemática admitida à época, de tal forma a tornar a teoria insustentável. Brouwer e os intuicionista rechaçaram a teoria por completo, desenvolvendo uma teoria alternativa. Hilbert, por outro lado, foi um ardoroso defensor da teoria de conjuntos, o que claramente pode ser percebido nas seguintes linhas: "o produto mais extraordinário do pensamento matemático, uma das mais belas realizações da atividade humana no domínio do puramente inteligível", ou ainda, "ninguém nos expulsará do paraíso que Cantor criou para nós". (*Cf.* Hilbert, D. *apud* Heijenoort, J. van [69])

[156] Cantor, desenvolveu além de uma aritmética dos cardinais transfinitos, também uma aritmética dos ordinais transfinitos. Notavelmente a aritmética dos cardinais transfinitos difere radicalmente da dos cardinais finitos, da mesma forma que a dos ordinais transfinitos difere da dos ordinais finitos.

4.2.1. Os paradoxos da Teoria Intuitiva de Conjuntos

> "At first I thought there must be some trivial error in my reasoning. I inspected each step under a logical microscope, but I could not discover anything wrong. I wrote to Frege about it, who replied that arithmetic was tottering and that he saw that his law V was false. Frege was so disturbed by this contradiction that he gave up the attempt to deduce arithmetic from logic, to which, until then, his life had been mainly devoted".
> (*Cf.* Russell, B. [134] p.58)

Na linguagem ordinária, o termo "paradoxo" pode ser utilizado em diversas acepções, por exemplo, para se fazer referência a situações que parecem impossíveis ou mesmo aparentemente absurdas, mas que, não obstante, são logicamente válidas e perfeitamente racionais (na acepção que no primeiro capítulo chamamos de paradoxos contra-intuitivos). Esse é particularmente o caso da teoria de Cantor ao estabelecer que o conjunto dos números naturais pares terem a mesma cardinalidade dos inteiros. Em outro sentido, paradoxo pode significar um argumento perfeitamente legítimo que conduz a uma conclusão absurdamente inadmissível, de um ponto de vista de certo modo de entender o que seja racional ou plausível. Os paradoxos de Zenão eram argumentos que pareciam plenamente satisfatórios, de um ponto de vista da racionalidade lógica, mas que acarretavam uma conclusão 'irracional', de que não é possível qualquer movimento. Uma terceira acepção do termo 'paradoxo' em seu uso ordinário (também chamado de antinomia) diz respeito a operações perfeitamente racionais (na aparência), que conduzem a uma violação da lei da não-contradição em uma de suas possíveis manifestações. (*Cf.* Cap.1 p. 21s) essa acepção foi via de regra rechaçada do domínio da ciência, e especialmente da matemática, como absurdamente irracional.

A história das ciências formais (Lógica e Matemática) é plena de eventos paradoxais, nas acepções acima indicadas. Três momentos parecem, no entanto, de especial relevância quando consideramos sua legitimidade frente à razão, na medida em que proporcionaram alterações radicais nos fundamentos dessas ciências, e inúmeros debates ao longo de sua história, especialmente visto como momentos de crise de sua racionalidade.

A primeira diz respeito aos famosos paradoxos de Zenão[157] (cinco ao todo), dirigidos, ao que tudo indica, tanto contra os Pitagóricos, que pensavam no espaço e no tempo reais como consistindo de pontos e instantes, quanto a Heráclito, que defendida a idéia de que 'tudo flui' constantemente, isto é, tudo está em permanente mudança e transformação, o que ficou expresso num dito atribuído a Heráclito de que "não podemos nos banhar duas vezes no mesmo rio". Zenão defendida a tese parmediana de que o ser é, e o não-ser não é, da qual derivava a impossibilidade do movimento (o mundo de Zenão é um corpo único e monolítico que não pode ser subdividido de forma alguma sem risco de absurdo). Em especial, para ele não era possível percorrer uma distância dada, o que expressa, por exemplo, pelo paradoxo de Aquiles e a tartaruga. Neste paradoxo, Zenão pede que imaginemos uma corrida entre Aquiles e uma tartaruga, em que se concede a esta que comece com uma pequena vantagem. Após um determinado tempo, Aquiles parte em seu encalço. Apesar de parecer inteiramente óbvio que Aquiles não demorará a ultrapassar a tartaruga, Zenão lança mão de um raciocínio aparentemente inofensivo, que desemboca na impossibilidade do movimento. Se considerarmos a distância $\overline{AB}$ entre Aquiles e a tartaruga, então o corredor grego deve primeiro chegar ao ponto em que a tartaruga estivera quando foi dado o sinal para que ele iniciasse, digamos o ponto P_0. Mas quando Aquiles chega a esse ponto, a tartaruga estará um ponto adiante, P_1. Assim, ele precisa atingir então o ponto P_1. Porém, ao chegar em P_1, a tartaruga estará num outro ponto P_2. Quando Aquiles alcançar o ponto P_2, a tartaruga estará no ponto P_3. E assim prossegue a corrida: toda vez que Aquiles alcança o último "ponto de escala" do quelônio, este terá avançado para outro ponto adiante. Evidentemente a distância entre os dois diminuirá incessantemente, mas o atleta grego jamais alcançará a tartaruga, quanto mais ultrapassará. Conclui disso Zenão que, se assumirmos que o espaço é composto por um número infinito de pontos, o movimento é uma ilusão de nossos sentidos. Outro paradoxo conhecido de Zenão e, associado ao primeiro, é o da dicotomia (ou da pista de corrida), que demonstra não apenas a impossibilidade de Aquiles alcançar a tartaruga, mas se quer de iniciar qualquer movimento. Assim, para percorrer uma distância $\overline{AB}$, nosso atleta precisa primeiro atingir a metade da distância, digamos num ponto P_0, portanto, uma distância $\overline{AP_0}$, mas para percorrer a distância $\overline{AP_0}$ precisará atingir um novo ponto intermediário

[157] Uma exposição mais detalhada dos paradoxos de Zenão encontra-se em Tiles [150], p.12-21.

em $\overline{AP_0}$, que podemos chamar P_1, deste modo uma nova distância $\overline{AP_1}$ e, assim sucessivamente, o que nos dá a seguinte seqüência:

$$\overline{AP_0} = \frac{1}{2},\ \overline{AP_1} = \frac{1}{4},\ \ldots,\ \overline{AP_n} = \frac{1}{2^n},\ldots$$

O que acarreta a soma dos espaços andados por Aquiles quando ocupa a posição B:

$$S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n}$$

Os argumentos de Zenão parecem ter influenciado profundamente o desenvolvimento da matemática grega, influência semelhante àquela provocada pela descoberta dos incomensuráveis pelos pitagóricos, com a qual provavelmente se relaciona. (*Cf.* Boyer, C.B. [13] p. 56). Surpreendentemente este paradoxo só foi resolvido a contento com o advento do Cálculo Diferencial. No caso particular deste último paradoxo, basta verificar que a série geométrica $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots$ tem soma finita igual a 1, dado que $lim_{n\to\infty}\frac{1}{x^n} = 1$, o que contraria a idéia de impossibilidade de movimento dada por Zenão[158].

Um segundo momento paradoxal na história da matemática, e que foi fonte de inúmeros debates, está associado à criação do cálculo por Leibniz[159] e Newton. Particularmente Leibniz pensava no Cálculo como uma aritmética dos "infinitesimais" – que, para ele, consistiam em quantidades infinitamente pequenas, embora não iguais a *zero*. Durante quase duzentos anos os matemáticos fizeram uso dos infinitesimais, e muitos teoremas importantes foram demonstrados com a utilização dos recursos do cálculo. Embora, o cálculo se revelasse um instrumento bastante atraente na solução de problemas técnicos em matemática, e de inestimável importância nas ciências reais, parecia envolver

[158] Uma exposição interessante das relações entre os paradoxos de Zenão e proposições atuais da física a respeito do espaço e do tempo, se encontra em Christopher Ray. *Time, space and philosophy.* (*Cf.* Ray, C. [125] Cap.1)

[159] Leibniz tem a prioridade de publicação sobre o Cálculo, pois imprimiu uma exposição de seu cálculo em 1684 na *Acta Eruditorum*, espécie de "periódico científico" de circulação mensal daquela época. As primeiras exposições do cálculo de Newton são de 1687 em *Philosophiae Naturalis Principia Matemática*.

profunda contradição. Assim, para derivar a função $f(x) = x^2$ deveria se escrever (aqui numa terminologia atual):

$$(1) \qquad dy = (x + dx)^2 - x^2 = x^2 + 2xdx + dx^2 - x^2 = 2xdx + dx^2$$

onde:

$$(2) \qquad \frac{dy}{dx} = 2x + dx$$

e, admitindo que *dx* é uma quantidade "tão pequena" que pode ser desprezada (o que equivale a assumir que $dx = 0$), tem-se:

$$(3) \qquad \frac{dy}{dx} = 2x .$$

Berkeley no *The Analyst* (1734) notou criticamente que dx ou é igual a zero, ou não é igual a zero, não podendo ocorrer $dx = 0$ e $dx \neq 0$. Para ele o *método das fluxões* de Newton envolvia uma contradição inaceitável de um ponto de vista da racionalidade exigida pela matemática. Assim, se $dx = 0$, então a divisão por dx na linha *(2)* não é possível. Se ao contrário $dx \neq 0$ (e, de fato, deve sê-lo, uma vez que se supõe que os infinitesimais são infinitamente pequenos, mas não iguais a zero), então não é possível igualá-los a zero. Claramente, a idéia de quantidades não-nulas (positivas), infinitamente pequenas, parecia contrariar o que se podia admitir como racionalmente válida no âmbito das matemáticas.

A despeito das críticas de Berkeley sobre a inconsistência dos infinitésimos, o cálculo continuou seu desenvolvimento. Leibniz não considerava os infinitésimos como extensões materiais, mas com *ficções úteis*, capazes apenas de justificar certas propriedades de objetos com existência real. Aparentemente, o desenvolvimento do cálculo infinitesimal corrobora um aspecto pragmático da dinâmica da racionalidade nas ciências, que ganhará maior expressão na ciência do século XX. Visivelmente, foi aos poucos que o cálculo ganhou solidez e rigor, no início com os trabalhos de Cauchy, e mais efetivamente com K. T. Weierstrass (1815-1897) e sua aritmetização. Em particular, a Weierstrass são creditadas a definição rigorosa de limite através dos ε 's e δ 's e as correspondentes definições de continuidade, diferenciabilidade e outras noções afins, que eliminaram o conceito de infinitésimo. Vale advertir, porém, que a noção de infinitésimo retorna ao cenário matemático com Abraham Robinson na década de 60 do século XX, sob o título de *Análise Não-Standard*[160]. (*Cf.* Petitot, J. [111] P.209-285)

O terceiro momento de crise da racionalidade matemática (e que nos interessa destacar), oriundo de eventos paradoxais, está relacionado à teoria de conjuntos e, portanto, em grande medida a toda a matemática clássica e, sob certos aspectos, guarda alguma conexão com a racionalidade da ciência em geral.

A teoria de conjuntos arquitetada por Cantor, como indicamos em seção anterior, era, nas palavras de Paul Halmos, ingênua (*naive*), isto é, não se desenvolveu a partir de definições rigorosas ou da explicitação de conceitos primitivos e axiomas. A teoria se mostrou a partir de determinado momento inconsistente. O primeiro paradoxo associado à teoria de Cantor foi ao que tudo indica descoberto em 1897 por Burali-Forti (*Cf.* Capítulo 01, p.21), e estava relacionado aos números ordinais. O próprio Cantor estava consciente do perigo dos paradoxos, e chegou a explicitar um associado aos cardinais, que mais tarde foi chamado "paradoxo de Cantor". Ele observa da impossibilidade de se falar em conjunto universo. Para Cantor "todos os conjuntos" constituem o que ele chama uma "multiplicidade inconsistente". Na prática, parece que ele deixava à intuição do matemático a tarefa de decidir quando é possível agrupar os membros de uma "multiplicidade" num "conjunto" e, quando, pelo contrário, tal não é possível. A partir de 1902, quando se difundiu o conhecido paradoxo de Russell (*Cf.*cap. 01, p.23), tal atitude viria a tornar-se insustentável. De fato, este paradoxo provocou um choque profundo nos fundamentos matemática, o que poderia ser expresso pela seguinte interrogação de Hilbert: "se o pensamento matemático é defeituoso, onde poderemos encontrar verdade e certeza?" (*Cf.* Hilbert, D. *Apud* Heijenoort, J. [69]). Claramente, o que está por trás da intolerância a esta espécie de paradoxo, é em grande proporção, uma concepção de que a racionalidade científica deva estar balizada sobre os princípios da lógica clássica, que associa inevitavelmente a noção de contradição à trivialidade. Assim, uma distorção numa estrutura tão fundamental da matemática, só poderia ter acarretado uma crise aguda de sua racionalidade. É nessa perspectiva que as contradições vislumbradas sobre a teoria de

[160] Numa perspectiva distinta da de Robinson, da Costa propõe um cálculo diferencial paraconsistente, como uma das várias teorias inconsistentes, mas não triviais, que podem ser desenvolvidas com o uso da lógica paraconsistente e da teoria paraconsistente de conjuntos (*Cf.* da Costa, N.C.A. *et al.* [48])

conjuntos parecem muito mais dramáticas do que aquelas apresentadas por Zenão ou pelos infinitésimos do Cálculo integral diferencial.

Podemos dizer que, de certo ponto de vista, a teoria intuitiva de conjuntos, tal como formulada por Cantor, estava alicerçada em três princípios básicos aqui já aludidos:

I. *Extensionalidade:* dois conjuntos *A* e *B* são iguais se têm exatamente os mesmos elementos.

II. *Separação (ou compreensão):* toda propriedade $\mathfrak{F}(x)$ determina um conjunto, composto pelos objetos que possuem essa propriedade e somente por eles.

III. *Identidade*: uma noção de identidade, pois sem ela o axioma da extensionalidade não pode nem se aplicar.

Numa linguagem mais rigorosa apresentamos I e II da seguinte forma:

- $\forall z(z \in x \leftrightarrow z \in y) \leftrightarrow x = y$
- $\exists y \forall x(x \in y \leftrightarrow \mathfrak{F}(x))$

Este segundo princípio, foi transformado por Frege numa regra geral, segundo a qual, para toda condição $\mathfrak{F}(x)$ exprimível na linguagem do sistema lógico, existe uma classe correspondente, exatamente aquela que a propriedade define. O que parece perfeitamente óbvio. Frege pretendia purificar, senão toda a matemática, pelo menos a aritmética, de todo conteúdo que não fosse lógico, assim, em três momentos, primeiro no *Begriffsschrift*, e posteriormente no *Die Grundlagen der Arithmetik* e nos *Grundgesetze der Arithmetik* empreende seu programa logicista de redução da aritmética à lógica. No *Begriffsschrift*[161] introduz o cálculo de predicados (de todas as ordens) com axiomas e regras de inferência, descritos em termos puramente sintáticos. Nos *Grundlagen* (1884), Frege apresenta uma exposição relativamente popular, bastante breve, e sem uso de excessivo simbolismo, de seu projeto, ao mesmo tempo em que esboça algumas

[161] O *Begriffsschrift* , embora na época de sua publicação tivesse tido uma recepção muito fraca, ou mesmo, pode-se dizer, que passou despercebida do público especializado, é hoje tida como uma obra de capital importância na história da lógica, de acordo com Bochenski somente os *Primeiros Analíticos* de Aristóteles pode lhe ser comparado em relevância (*Cf.* Blanche, R. [10], p. 314).

demonstrações, e discute algumas posições filosóficas a respeito dos fundamentos da aritmética. As reflexões expostas por Frege no *Begriffsschrift* e nos *Grundlagen* constituem uma preparação para sua obra mais importante, na qual pretende expor de forma rigorosa sua tese sobre o fundamento lógico da aritmética, os *Grundgesetze der Arithmetik*. O primeiro volume desse trabalho aparece em 1893. Em 1902, enquanto o segundo volume do *Grundgesetze* estava para ser impresso, Frege recebeu de Russel uma carta em que este lhe comunicava que havia estudado com atenção o volume já publicado, que estava plenamente de acordo com ele sobre tudo o que é essencial, que ele próprio tinha chegado a resultados análogos sobre muitos pontos. Mas, apontava, ao mesmo tempo, um paradoxo a que seu sistema conduzia. A linha de raciocínio de Russell foi expressa nos seguintes termos: "seja ω o seguinte predicado: ser um predicado que não pode predicar a si próprio. Poderia ω predicar a si próprio? De cada resposta a sua oposta se segue. Portanto, devemos concluir que ω não é um predicado. Do mesmo modo, não há classe (como uma totalidade) de todas as classes as quais, tomadas como uma totalidade, não pertençam a elas mesmas." (*Cf.* Heijenoort, J. [69]). Esta descoberta foi catastrófica para Frege. Em 22 de junho de 1902, Frege escreveu a Russell: "A sua descoberta da contradição provocou em mim a maior surpresa e, quase diria, consternação – na medida em que abalou as bases sobre as quais eu entendia construir a aritmética. Parece, pois, que (...) a minha regra V é falsa, e que as minhas explicações não são suficientes para assegurar que as minhas combinações de signos tenham um significado em todos os casos. Terei de refletir mais sobre esta questão. Ela é tanto mais grave quanto, com a perda da minha Regra V, parece desaparecer não somente a fundamentação da minha aritmética, mas também a única fundamentação possível da aritmética. Creio, todavia, que deverá ser possível determinar condições (...) tais que os pontos essenciais da minha demonstração permaneçam intactos. Em todo o caso, a sua descoberta é da maior importância e dela resultará provavelmente um grande progresso para a lógica, apesar de à primeira vista poder parecer inoportuna" (*Cf.* Heijenoort, J. [69] p.127-128). Em síntese, toda a tentativa de reconstruir a aritmética e, portanto, a análise a partir da lógica era posta em dúvida pela descoberta de Russell.

Deste modo, mal a obra mais importante de Frege começa a ser conhecida do público especializado, ela revela-se contaminada por uma inconsistência que a condena por uma violação de um princípio fundamental da racionalidade. O próprio Frege parece ter pensado dessa forma, já que não prosseguiu com seu trabalho, não compondo o terceiro volume planejado. Frege acabará por rejeitar a teoria de conjuntos, vendo nela tão somente uma fonte de contradições. E se convencerá de que seu próprio projeto inicial de fundamentar a aritmética na lógica constituía uma ilusão – no final de sua vida ele procurou fundamentar a aritmética em intuições temporais e espaciais, unificando a matemática a partir da geometria, voltando-se às teses kantianas do caráter sintético de todas as proposições matemáticas, o que representa um corte essencial entre lógica e matemática. (*Cf.* Blanche, R. [10] p. 323)

Em 1908, na abertura do "*4º Congresso Internacional de Matemática*", em Roma, Poincaré conclamou a comunidade de matemáticos para que trabalhassem numa solução para a crise provocada pelos paradoxos, que pareciam minar as bases da ciência de Gauss.

Deixando essas questões históricas, podemos dizer que há duas possibilidades para superar a crise provocada pelos paradoxos, como já tratamos de indicar (*Cf.*cap.1, p. 29):

i) Alterar a lógica subjacente à teoria e, assim, manter certos resultados obtidos pela mesma, por conta da fecundidade de seus resultados.

ii) Manter a lógica subjacente, e modificar certas proposições da teoria, com vista a evitar as contradições inicialmente descobertas.

Naturalmente, naquele contexto, qualquer solução aos paradoxos deveria primar pela manutenção dos princípios da lógica clássica, que pareciam, aos teóricos naquele momento, representar inequivocamente a expressão óbvia da atividade racional, da qual a matemática deveria ser a guardiã por excelência.

Assim, naquele mesmo ano, Zermelo e Russell apresentaram, independentemente, distintas soluções (embora, estas guardem algumas relações) aos paradoxos no que podemos situar no quadro daquela racionalidade, isto é, que tem os princípios da lógica clássica como fato inerente à atividade racional (particularmente o da não-contradição). Russell, com a colaboração de Whitehead, se dedicou à tarefa de retificar o sistema fregeano e, de quebra, estabelecer fundamentos seguros à matemática pela introdução da teoria de tipos. Zermelo, por seu turno, desenvolvera uma axiomática para a teoria de conjuntos, que ganhará modificações, e evoluirá em duas direções principais, como Fraenkel (1922) e Skolem (1923) num primeiro momento (Teoria de Zermelo-Fraenkel - ZF); e com Von-Neumann (1925-1929), Bernays (1937-1954) e Gödel (1940), num segundo momento (Teoria de Neumann-Bernays-Gödel – NBG)[162]. O Sistema NF de Quine e a teoria Tarski-Morse-Kelley surgiram posteriormente. Todas elas se mantiveram fieis à lógica elementar e à racionalidade clássica. Vamos, no que segue, tratar em pormenor as soluções de Russell, dada por uma alteração no que se entende por uma propriedade que pode determinar um conjunto, e a de Zermelo, que limita os tipos de coleções que podem ser consideradas conjuntos.

4.2.2. As alternativas dadas aos paradoxos por Zermelo e Russell

> "Em que consiste a racionalidade no domínio das ciências formais? A resposta é esta: consiste no uso correto, implícito ou explícito, do método axiomático."
> (*Cf.* Costa, N.C.A. [29], p. 221)

> "Ninguém nos expulsará do paraíso que Cantor criou par nós." (*Cf.* Hilbert, *apud* Heijenoort, J. [69] p.?).

> "Creio que tudo o que pode ser objeto de pensamento científico, tão logo está maduro para ser elaborado em teoria, recai no método axiomático e, por seu intermédio, na matemática."
> (Hilbert, D. *Apud* da Costa, N.C.A. [29] p.217).

Dentre as características mais fundamentais da matemática hodierna, está o uso explícito ou implícito do método axiomático, com vistas à consecução de seus principais objetivos. Este método constitui ferramenta que tem origens com os gregos, com formulação mais explícita nos *Analíticos Posteriores* de Aristóteles e modelo paradigmático nos *Elementos* de Euclides, que provavelmente supunha que seus axiomas descrevessem as propriedades do espaço real. (*Cf.* Cap.2) Posteriormente, o método

[162] De acordo com da Costa, graças a Gödel e Cohen, entre outros, verificou-se que se podem formular teorias de conjuntos distintas de *ZF*, teorias em que o axioma da escolha não é válido ou vale em versões débeis, e teorias onde certas proposições significativas, como hipótese do contínuo, podem ou não ser válidas. Teorias que não admitem, por exemplo, o axioma da escolha ou a hipótese citada, são usualmente ditas de não-cantorianas. (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p.77)

axiomático foi aplicado por diversos pensadores, entre os quais Arquimedes e Newton em seus *Principia* (1687). Entretanto, até o início do século XX, ele não foi utilizado de forma plenamente rigorosa, pelo menos na acepção que esta noção ganha com a matemática moderna. Certas deficiências da obra de Euclides[163] foram suplantadas por Hilbert, que inaugurou o que podemos chamar de o método axiomático moderno com a publicação do livro *Grundlangen der Geometrie* [164] (1899).

Sobre o método axiomático escreve da Costa: "Para se estudar uma teoria pelo método axiomático, procede-se assim: escolhe-se certo número de noções e de proposições primitivas, suficientes para sobre elas edificar a teoria, aceitando-se outras idéias ou outras proposições só mediante, respectivamente, definições e demonstrações; obtém-se, dessa maneira, uma axiomática material da teoria dada; deixam-se de lado os significados intuitivos dos conceitos primitivos, considerando-os como termos caracterizados implicitamente pelas proposições primitivas. Procuram-se, então, as conseqüências do sistema obtido, sem preocupação com a natureza ou com o significado inicial desses termos ou das relações entre eles existentes. Estrutura-se, assim, o que se denomina uma axiomática abstrata." (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p. 31).

Com Hilbert, a axiomatização de teorias deixa de estar necessariamente ligada ao conteúdo intuitivo de conceitos utilizados, transmutando-se em axiomática abstrata. Com isso, a axiomática da geometria euclidiana estabelecida nos *Grundlangen* é só aparentemente concreta, haja vista que as demonstrações lá estabelecidas nunca se apegam ao conteúdo intuitivo de conceitos. As proposições fundamentais de um sistema assim estabelecido não precisam ser 'evidentes', como pensava, por exemplo, Frege (e Aristóteles). Pode-se dizer que o método axiomático, assim constituído, estabelece um novo patamar à racionalidade das ciências formais, podendo se estender, de acordo com Hilbert, mesmo para as ciências empíricas[165]. Com efeito, racionalidade e cientificidade, sendo eminentemente conceituais, implicam, em grande medida, sistematização conceitual

[163] Por exemplo, o fato de não estabelecer com precisão quais seriam os conceitos primitivos, ou de utilizar nas demonstrações suposições não enunciadas anteriormente.

[164] Existe uma tradução para o português com o título *Fundamentos da Geometria* da editora Gradiva.

[165] Em um Congresso Internacional de Matemática realizado em Paris (1900), Hilbert propôs 23 problemas que, em sua opinião, eram as questões mais importantes deixadas pelos matemáticos do século XIX aos do século XX. O sexto problema da lista de Hilbert era o seguinte: "Investigações sobre os fundamentos da geometria sugerem o problema: tratar do mesmo modo, por meio de axiomas, as ciências físicas nas quais a matemática tem importante papel: são prioritárias a teoria de probabilidades e a mecânica" (*Cf.* Boyer, C.B. [13]).

e, como corolário, axiomatização e matematização. A respeito do que dissemos, vale reproduzir as idéias de Hilbert expressas em seu artigo "*Axiomatischen Denken*": "Creio que tudo o que pode ser objeto do pensamento científico, tão logo esteja maduro para ser elaborado em teoria, recai no método axiomático e, por seu intermédio, na matemática. Progredindo até níveis mais profundos de axiomas, no sentido exposto, conseguimos, incluso, esclarecimentos cada vez mais significativos sobre a natureza do pensamento científico e chegamos a ser cada vez mais conscientes da unidade do saber. Sob o método axiomático, a matemática parece estar fadada a cumprir o papel de guia em tudo o que é ciência" (*Cf.* Hilbert, D. *apud* da Costa, N.C.A. [29] p.217)

Nitidamente, o método axiomático é de grande importância por diversas razões, e seu emprego está associado inicialmente a múltiplos fatores, dentre os quais podem ser alavancados os seguintes: (i) a sistematização de teorias que este método permite. Notadamente, teorias científicas freqüentemente partem de um mínimo de conceitos básicos e pressupostos, para por meio de inferências dedutivas, atingirem um máximo de conseqüências lógicas. É nesse sentido, por exemplo, que a teoria da gravitação universal de Newton permite, a partir de uns poucos princípios, deduzir desde fenômenos balísticos até a órbita da Lua (*Cf.* Sant'Anna, A.S. [137] p. 129); (ii) Um segundo aspecto de relevo, está conectado à economia de pensamento proporcionada por esse método, que por seu poder de síntese, permite condensar em poucos princípios, uma multiplicidade avassaladora de proposições de um determinado campo de investigação; (iii) outro aspecto, destacado por Sant'Anna, diz respeito a capacidade do método em qualificar o discurso, de tal sorte que questões de ordem filosófica em ciência possam ser tratadas com maior grau objetividade. Este é, particularmente, o caso do conceito de força em mecânica racional. Para alguns teóricos, com Mach, o referido conceito constitui um antropomorfismo, que em tese pode ser eliminado dessa disciplina. Para outros, isso não é preciso. Assim, certas questões, como a eliminabilidade de conceitos primitivos, questões sobre decidibilidade e/ou completude, ou redução de uma teoria a outra, podem ser equacionadas, nos moldes de uma filosofia científica rigorosa; (iv) O método axiomático constitui também excelente instrumento de investigação científica, particularmente, no domínio das ciências formais, mas que pode contribuir também para as ciências empíricas.

Vale notar, que, para além das vantagens arroladas acima, o método axiomático estaria, especialmente associado, de acordo com Hilbert, ao seu projeto formalista de reconstrução da matemática em bases seguras, particularmente no que diz respeito à construção de axiomáticas que evitassem contradições. Importa notar que para Hilbert e os formalistas "existência" é sinônimo de "consistência", daí um dos objetivos da formalização ser a construção de estruturas axiomáticas que contornassem qualquer tipo de inconsistência, particularmente os paradoxos descobertos na teoria intuitiva de conjuntos. Embora não haja provavelmente unanimidade entre os autores, podemos talvez afirmar que na verdade, um dos corolários dos paradoxos foi a idéia de que a teoria intuitiva de conjuntos devesse ser superada por alguma reformulação axiomática que garantisse sua "racionalidade".

Ainda que haja controvérsias sobre a origem da axiomatização da teoria de conjuntos, Ernst Zermelo formula a primeira axiomatização em seu "*Investigations in the Foundations of Set Theory I*" (1908). Este trabalho de Zermelo provocou uma verdadeira reviravolta no desenvolvimento da Teoria de Conjuntos. Vale notar que nas *Investigations*, Zermelo não estabelece de modo explícito nenhuma reflexão filosófica sobre a relevância de se evitar paradoxos. Ao contrário, logo no início, declara que não pretende discutir em momento algum, aspectos filosóficos de sua axiomática. (*Cf.* Zermelo, E. [154] p.200)

Zermelo apresenta sua axiomática da teoria de conjuntos nas *Investigations* em três etapas. A primeira parte, que tem maior importância para nós, ele discute de modo sumário alguns aspectos mais gerais de sua proposta. Na segunda parte, intitulada "*Fundamental Definitions and Axioms*" Zermelo apresenta um conjunto de axiomas que se tornaram o núcleo da Teoria de Conjuntos. Na terceira parte, intitulada "*Theory of Equivalence*", ele trata da noção de equivalência, essencial na teoria cantoriana.

Na primeira parte das *Investigations,* Zermelo estabelece três pressupostos que são básicos para a compreensão de sua proposta de axiomatização da teoria de conjuntos:

i) A teoria de conjuntos constitui ramo fundamental da matemática, responsável pelos alicerces lógicos da aritmética e da análise. Nas palavras do próprio Zermelo: "A teoria de conjuntos é o ramo da matemática, cuja tarefa é investigar matematicamente as noções fundamentais de 'número', 'ordem' e 'função', tomando-as como primitivas, a fim de desenvolver os fundamentos lógicos de toda a aritmética e análise e, assim, constitui um componente indispensável em toda a ciência da matemática". (*Cf.* Zermelo, E. [154] p. 200)

ii) O surgimento de paradoxos ou antinomias ameaçava a teoria de conjuntos. Ele cita particularmente o paradoxo de Russell, que é derivado diretamente os princípios da teoria, que parecem governar o modo como "racionalmente pensamos": "No presente, entretanto, muito da existência dessa disciplina parece estar ameaçada por certas contradições, ou 'antinomias' que podem ser derivadas de seus princípios – princípios que governam necessariamente nosso modo de pensar – aparentemente nenhuma solução satisfatória foi encontrada – em particular para a antinomia de Russell". (*Cf.* Zermelo, E. [154] p. 200)

iii) Ao que tudo indica, a estratégia adotada na axiomatização da teoria de conjuntos parece ter caráter pragmático, isto é, a de restringir os princípios dessa disciplina de tal forma a preservar todas suas conseqüências relevantes para os fundamentos da matemática e ao mesmo tempo excluir a possibilidade de em seu escopo derivar paradoxos.

Intuitivamente, Zermelo concebe sua teoria axiomática de conjuntos assumindo a existência de um domínio $\mathfrak{B}$ de objetos, entre os quais se encontram os conjuntos; os objetos do domínio que não são conjuntos são ditos átomos (ou *Urelementes*). Como relações fundamentais entre os objetos do domínio ele assume a relação de pertinência $x \in y$, que obviamente pode dar-se entre conjuntos ou entre *Urelementes* e conjuntos; esta relação porém não ocorre entre *urelementes*, ou seja, quando tanto x como y sejam *Urelementes*. Em termos da relação fundamental de pertinência se define a relação de inclusão entre conjuntos, que só ocorrem quando *x* e *y* forem ambos conjuntos. Assim, se *x* e *y* são conjuntos tais que, para todo *z*, $z \in x$ implica $z \in y$, então *x* é subconjunto de *y*, e denota-se por $x \subseteq y$. A partir dessas relações básicas Zermelo enuncia sete axiomas, precisamente os seguintes (que por comodidade não os expressamos conforme a notação adotada originalmente por Zermelo): (*Cf.* Krause, D. [80])

Z1 – (Axioma da extensionalidade): Se qualquer elemento de um conjunto *M* é também elemento de *N* e vice-versa, se, portanto, $M \subseteq N$ e $N \subseteq M$, então sempre se tem $M = N$; ou mais brevemente todo conjunto é determinado por seus elementos.

Z2 – (Axioma dos conjuntos elementares): existe um conjunto (*fictício*), o conjunto vazio, $\emptyset$, que não contém qualquer elemento. Se *x* é qualquer objeto do domínio, existe um conjunto *{x}*, contendo *x* e apenas *x* como elemento. Se *x* e *y* são quaisquer objetos do domínio, existe um conjunto *{x, y}*, contendo como elementos *x* e *y* e mais nenhum outro objeto distinto deles.

Z3 – (Axioma da separação): sempre que uma função proposicional $\mathfrak{F}(x)$ é definida para todos os elementos de um conjunto *M*, *M* possui um subconjunto $M_{\mathfrak{F}}$ contendo como elementos precisamente aqueles elementos *x* de *M* para os quais é verdadeira.

Numa formulação simbólica atualizada este axioma pode ser expresso da seguinte maneira:

$$\exists y \forall x \left(x \in y \leftrightarrow x \in z \wedge \mathfrak{F}(x) \right)$$

Este axioma se reveste de particular importância, já que expressa a limitação do princípio de compreensão que anteriormente havíamos enunciado. A partir dos axiomas acima enunciados, Zermelo está em condições de demonstrar um teorema que exclui a possibilidade de paradoxos. Como corolário Zermelo extrai, particularmente, a inexistência de um conjunto que possua todos os conjuntos como elementos

Teorema: qualquer conjunto *M* possui um subconjunto M_0 que não é um elemento de *M*. Prova: (*Cf.* Krause, D. [80] p.107).

Z4 – (Axioma do conjunto de potência): a cada conjunto *M* corresponde um outro conjunto $\mathbb{P}(M)$, o conjunto potência de *M*, que contém como elementos precisamente todos os subconjuntos de *M*.

Z5 – (Axioma da união): a cada conjunto *M* corresponde um conjunto $\bigcup M$, a união de *M*, que contém como elementos precisamente os elementos dos elementos de *M*.

Z6 – (Axioma da escolha): Se *M* é um conjunto cujos elementos são conjuntos diferentes de $\emptyset$ e mutuamente disjuntos, a sua união $\bigcup M$ inclui pelo menos um subconjunto S_1 tendo um e um só elemento em comum com cada elemento de M.

Z7 – (Axioma do infinito): existe um conjunto Z que contém o conjunto vazio como elemento e que é de tal modo constituído que a cada um dos seus elementos x corresponde um outro elemento da forma $\{x\}$, por outras palavras, que como cada um dos seus elementos x, contém como elemento o correspondente conjunto $\{x\}$.

A axiomática Zermeliana apela para um "domínio de indivíduos" e de certas "relações fundamentais" entre os indivíduos do domínio, ou seja, fala explicitamente de uma estrutura com um suporte $\mathfrak{B}$ e uma relação binária $\in$. Vale notar que tanto o domínio quanto a relação são introduzidos de tal forma que não interessa quais indivíduos compõem $\mathfrak{B}$, composto por "objetos" (que ele chamava de "*Dinge*") que seriam os *Urelementes* e os conjuntos; também não interessa saber qual a natureza da relação, mas tão somente as propriedades por ela verificadas. É nesse espírito que podemos dizer que Zermelo segue os passos de Hilbert, expresso pela frase aqui já citada: "deveríamos poder falar todo o tempo, em vez de ponto, reta e plano, de cadeira, mesa e caneca". (*Cf.* Hilbert, D. *apud* Reid, C. [?] p. 57) Assim, a descrição de Zermelo não parece estar muito distante de abordagens axiomáticas mais recentes, por exemplo, a teoria de grupos pode ser apresentada da seguinte forma: um grupo é uma estrutura $\langle G, * \rangle$ em que G é um conjunto não vazio, e $*$ é uma operação binária sobre G que satisfaz os seguintes axiomas: (1) associatividade: para quaisquer x, y e z do conjunto G, tem-se que $x*(y*z)=(x*y)*z$; (2) existência de um elemento neutro: existe um elemento $e\in G$ tal que, para todo $x\in G$, tem-se que $x*e=e*x=x$ e (3) cada elemento de G tem um 'inverso' em G, ou seja, para todo $x\in G$, existe um $x'\in G$ tal que $x*x'=x'*x=e$. Claramente, nessa formulação não interessa saber o que são os elementos de G ou no que consiste a referida operação, mas apenas as propriedades que essas entidades satisfazem.

A solução aos paradoxos apontada por Russell (*teoria de tipos*)[166] é praticamente contemporânea a de Zermelo, e se constitui num caminho alternativo para se fundamentar a matemática. [167] Vale notar que Russell adotou uma postura positiva relativamente aos

[166] Esta teoria proposta por Russell foi posteriormente chamada de teoria *ramificada* de tipos, em oposição à teoria *simples* de tipos desenvolvida por Ramsey e Chwistek na década de 1920.

[167] A proposta da teoria de tipos de Russell foi esboçada em um apêndice de seu *Principles of Mathematics*, de 1903, e foi desenvolvida posteriormente, com especial ênfase em seu '*Mathematical logic as base don*

paradoxos, acreditando que a teoria de conjuntos poderia ganhar consistência, de forma a poder servir de sustentáculo para toda a matemática usual. Assim, se propôs a trabalhar no problema dos paradoxos da teoria dos conjuntos com o fito de proporcionar à teoria consistência de forma plausível e bem ajustada ao senso comum. Escreveu ele: "Uma vez concluídos os *Principia Mathematica*, entreguei-me determinadamente à tarefa de tentar resolver os paradoxos. Para mim era quase um desafio pessoal e estava disposto, se preciso fosse, a dedicar o resto da minha vida a responder a esse desafio". (*Cf.* Russell, R. [134] p.60)

Russell partiu da idéia de que todos os paradoxos em última instância, assentam suas raízes no fato de violarem uma regra indiscutivelmente válida, por ele chamada de "princípio de círculo vicioso" (*Cf.* Kneebone, G.T. [79] p.166). Russell enunciava esse princípio na forma de um *slogan*: "se, admitindo que uma dada coleção tivesse um total, ela teria elementos definíveis apenas em termos desse total, então a coleção não tem um total". Notadamente, o paradoxo de Russell, por exemplo, não atende ao que prescreve esse princípio: ao definir o conjunto de todos os conjuntos que não sejam elementos de si mesmos, alude-se à totalidade de tais conjuntos, à qual pertenceria o próprio conjunto a ser definido. (*Cf.* Barker, S. [5] p.115)

Tanto Russell quanto Whitehead em sua obra monumental *Principia Mathematica* não pensaram em eliminar apenas os paradoxos conhecidos, mas todo e qualquer paradoxo. A proposta consiste fundamentalmente em restringir os axiomas relativos aos conjuntos de tal forma que quaisquer paradoxos fossem evitados. É com esse propósito que eles introduziram a "*teoria de tipos*", cujo objetivo foi o de elaborar de forma rigorosa o princípio de círculo vicioso. A teoria original exposta no Principia era extremamente complexa; a idéia básica, grosso modo, era de que todas as entidades que comparecem na teoria de conjuntos, inclusive os próprios conjuntos, os conjuntos de conjuntos, os conjuntos de conjuntos de conjuntos, e assim por diante, deveriam ser distribuídos em uma hierarquia de níveis, ou *tipos*, pertencendo cada entidade a apenas a um *tipo* bem determinado. Basicamente a proposta é a de estabelecer uma hierarquia no domínio do discurso de forma a que os objetos do domínio não tenham mais o mesmo '*status* lógico'. O tipo mais fundamental nessa proposta é a dos *indivíduos* – isto é, todas as entidades que não são conjuntos e apenas estas (pensados como entidades de tipo *0*). Ao tipo seguinte

the theory of types' de 1908 (*Cf.* Heijenoort, J. [69]).

pertenceriam os conjuntos, cujos elementos seriam entidades de tipo zero. Ao terceiro tipo pertenceriam conjuntos cujos elementos seriam entidades de segundo tipo; de maneira geral, ao tipo $n+1$ pertenceriam conjuntos de entidades do *n-ésimo* tipo. O que nos dá o seguinte quadro:

Nível 0	Indivíduos
Nível 1	Todas as coleções formadas por indivíduos
Nível 2	Todas as coleções formadas por elementos do nível 1.
Nível 3	Todas as coleções formadas por elementos do nível 2.
Nível n	Todas as coleções formadas por elementos do nível $n-1$.

De modo um pouco mais rigoroso, e numa versão alternativa da teoria simples de tipos, temos que numa lógica de ordem superior $\mathfrak{L}^{\omega}$ (*teoria simples de tipos*), que consideramos aqui de ordem ω, começamos por definir a noção de *tipo* (*Cf.*cap.3, p.79s), para em seguida estabelecermos sua linguagem L_{ω} que se compõe aqui, para nossos propósitos, dos seguintes símbolos primitivos: (a) conectivos: $\neg$ e $\vee$ (os demais são definidos como de costume); (b) quantificador universal: $\forall$ (o quantificador existencial é definido de modo usual); (c) símbolos auxiliares: (,); (d) para cada tipo $t \in \mathfrak{I}$ [168] uma coleção enumerável de variáveis de tipo *t*: $X_1^t, X_2^t, \ldots$; (e) para cada tipo *t*, uma coleção, eventualmente vazia, de constantes de tipo *t*, $A_1^t, B_2^t, \ldots$, que podemos denotar simplesmente por *A, B, C*. A gramática de L_{ω}, em que se estabelecem as noções de termo e fórmula, já foi definida no capítulo anterior (*Cf.*cap.3, p.80).

O axioma de extensionalidade nessa lógica fica:

$$\forall X^t \forall Y^t (X^t \leftrightarrow Y^t) \leftrightarrow X^t = Y^t$$

Ao passo que o axioma de separação é dado por:

$$\exists P \forall X_1 \forall X_2 \ldots \forall X_n (F(X_1, X_2, \ldots, X_n) \leftrightarrow P(X_1, X_2, \ldots, X_n)).$$

Com $F(X_1, X_2, \ldots, X_n)$, uma fórmula cujas variáveis $X_1, X_2, \ldots, X_n$, são de tipo $t_1, t_2, \ldots, t_n$, e figuram livres, e *P* é uma variável de tipo $\langle t_1, t_2, \ldots, t_n \rangle$.

[168] $\mathfrak{I}$ é o conjunto dos tipos (*Cf.* cap.3, p.79).

De acordo com Russell, somente as entidades que se adequassem aos tipos dessa hierarquia poderia ser consideradas pela teoria de conjuntos; de tal forma que não se pode considerar qualquer conjunto que tenha elementos de tipos diferentes do que o tipo imediatamente abaixo ao tipo do próprio conjunto. Isso, claramente, evita o paradoxo de Russell, entre outros. Vale observar que a teoria de tipos não nega explicitamente a existência de tais conjuntos, mas simplesmente considera que as sentenças que procuram expressar tal pertinência não são verdadeiras nem falsas, são, de fato, sentenças logicamente mal construídas, isto é, sentenças desprovidas de significado. A teoria dos tipos introduziu na lógica e na filosofia a importante noção de absurdo, isto é, a noção de que existem sentenças que, aparentemente dotadas de sentido, encerram absurdos. As totalidades ilegítimas são abolidas, de acordo com Russell, pelo princípio de círculo vicioso: "tudo que não envolve toda uma coleção não pode ser membro dessa coleção". (*Cf.* Whitehead, A.N. & Russell, B. [135] v.1 p.36) ou inversamente: "Se, admitindo-se que uma coleção tem totalidade, deste fato resulta que ela tem elementos somente definíveis em termos dessa totalidade, então a dita coleção não tem totalidade". (*Ibid.*)

Tradicionalmente quando se define uma entidade que viola o princípio de círculo vicioso diz-se que a definição correspondente é impredicativa. Russell acreditava que os paradoxos provêm de definições impredicativas. Também Poincaré pensava que os paradoxos eram oriundos de definições impredicativas, que deveriam ser extirpadas da matemática.

Vale lembrar que, "Whitehead e Russell, ao contrário do que sucedeu com os intuicionistas, não rejeitaram a lei do terceiro excluído. Não sustentaram haver enunciados significativos que nem fossem verdadeiros nem falsos; sustentaram, em vez disso, que algumas sentenças, aparentemente dotadas de significado, não passam de absurdos, não exprimindo, de modo algum, um enunciado". (*Cf.* Barker, S. [5] p.115)

A teoria dos tipos inegavelmente presta-se, entre outras coisas, a evitar paradoxos, como o de Russell e Cantor, todavia cabe a questão: podemos considerá-la uma teoria apropriada para solucionar definitivamente as aporias lógicas e semânticas, ou para fundamentar a matemática de modo razoável? A resposta é claramente, não. Dentre os diversos motivos que podem ser aduzidos para tal resposta os seguintes são pertinentes:

1. A lógica, tal como apresentada nos Principia, é única e absoluta: a teoria de tipos constitui a solução das antinomias e não se pode transgredi-la. Assim, para se falar com sentido deve-se obedecer a hierarquia dos tipos e das ordens. Entretanto, na medida em que se pode falar sobre a própria hierarquia, como fizeram Russell e Whitehead, tem-se novamente uma aporia, já que se está fora da própria hierarquia para falar sobre a hierarquia.

2. A postura filosófica que se encontra por trás, implícita ou explicitamente, da matemática tradicional, e das idéias seminais de Russell, é uma forma de realismo platônico; em que as entidades matemáticas não são criações do matemático, mas entidades que devem ser descobertas. Entretanto, a teoria dos tipos não se ajusta a contento com essa posição, já que esta postura filosófica não oferece razões para a rejeição das definições impredicativas. De outra forma: se um conjunto admite realidade independente, o que é que impede definir os elementos desse conjunto fazendo referência ao próprio conjunto? As idéias defendidas pelos intuicionistas acerca das entidades matemáticas, entendendo-as como entidades progressivamente geradas pelo espírito, parecem oferecer motivos mais razoáveis para sustentar que as definições impredicativas equivalem a um procedimento vicioso. Como corolário disso, tem-se uma incoerência entre a postura filosófica subjacente à matemática tradicional e a teoria dos tipos. Russell naturalmente exagerava ao defender que a teoria de tipos como solução inerentemente razoável aos paradoxos. Ao contrário, a teoria de tipos apresenta um caráter de artifício *ad hoc* à solução dos paradoxos.

3. A teoria dos tipos também admite certas conseqüências técnicas pouco confortáveis do ponto de vista daquilo que pretende para a matemática clássica. Por exemplo, na teoria de conjuntos intuitiva existe um único conjunto universal, a que tudo pertence, um único conjunto vazio, a que nada pertence, e a cada conjunto corresponde um conjunto complementar, cujos elementos são precisamente aqueles não-elementos do conjunto dado. Essas leis não têm vigência quando se adota a teoria dos tipos, já que ela só admite que um conjunto possua elementos de um tipo uniforme. Decorre disso que ela admite a existência de uma série infinita de "conjuntos universais", um de cada tipo, e igualmente uma série de conjuntos

vazios, um de cada tipo. Também o complemento de um conjunto não pode conter os não-elementos do conjunto dado; só pode conter os não-elementos que seja de tipo imediatamente inferior. De mais a mais, a teoria dos tipos acarreta uma repetição infinita dos números naturais, por exemplo, uma infinidade de números zero.

4. Sem entrar em detalhes demasiado técnicos, o axioma do infinito, introduzido por Russell e Whitehead para garantir a infinidade dos números naturais na teoria de tipos, é incongruente com seus pressupostos filosóficos (realismo platônico), segundo os quais a matemática dos números exprimiria, simplesmente, aquilo que se pode conhecer *a priori* acerca de certas entidades abstratas. A questão que se estabelece é como saber que existe uma infinidade de tais entidades? "Seria possível sabe-lo *a priori*, recorrendo a uma visão racional? Frege e Russell falavam como se o "*o olho da Razão*" fosse capaz de penetrar nas abstratas e atemporais estruturas da realidade, mas tão somente nessas estruturas". (*Cf.* Barker, S. [5] p. 118)

Neste ponto pelo menos uma conclusão se impõe: embora a teoria dos tipos represente uma contribuição imensamente importante para a lógica matemática, sistemas de lógica não elementar não dão solução *stricto sensu*, aos paradoxos como vimos. Na verdade, em tais sistemas, as antinomias aparentemente não surgem em razão de se recorrer a expedientes *ad hoc* para contorná-las. As lógicas não-elementares divergem profundamente entre si, de modo que a noção de lei lógica se mostra no mínimo dúbia. Como se poderá perceber na seqüência, não é possível pensar num conceito único e definido de conseqüência lógica, isto é, de inferência válida. Historicamente falando, as leis lógicas não se impõem de modo imediato e uniforme à razão.

4.2.3. Alternativas paraconsistentes aos paradoxos

> "C'est donc em tant qu'outil de manipulation des propositions d'une théorie qu'il faut envisager une application possible de la logique paraconsistante. Deux domaines semblent avoir été de ce point de vie particulièrement abordés, dont un bref examen nous permettra de mieux saisir le sens et la portée de cette entreprise de domestication de l'irrationnel. L'un est celui de la theorie des ensembles, hautement formalisée; l'autre celui, très largement informel, des raisonnements effectifs dans la recherche scientifique et dans la pensée commune." (*Cf.* Granger, G.G. [63], p. 168)

> "Quine tem razão quando afirma que, ao mudarmos de lógica, mudamos de assunto, mas o assunto ainda é lógica". (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p. 278)

Nosso objetivo nesta seção é apresentar sumariamente, e de forma rigorosa, uma teoria de conjuntos paraconsistente (***CHU***$_{I}$) (*Cf.* da Costa, N.C.A. *et al.* [48]) e, ao mesmo tempo, tecer algumas notas sob seu status como alternativa racional aos paradoxos da Teoria intuitiva de Cantor. Vale notar, como se poderá sacar da exposição, que a matemática paraconsistente envolve, em certo sentido, a clássica como caso especial.

Vamos considerar inicialmente o cálculo proposicional $\mathcal{C}_1$ e a hierarquia $\mathcal{C}_n$. Assim, a linguagem do cálculo proposicional paraconsistente $\mathcal{C}_1$ (*Cf.* da Costa, N.C.A. *et al.* [48]) que denotamos por $\mathcal{L}_C$, tem como símbolos primitivos uma família enumerável de variáveis proposicionais, e os seguintes conectivos lógicos: $\neg$ (negação), $\wedge$ (conjunção), $\vee$ (disjunção), $\rightarrow$ (condicional), além de símbolos auxiliares (,) que serão eliminados quando possível. As noções sintáticas são as dadas por Kleene (*Cf.* Kleene, S.C. [77]). As seguintes definições são fundamentais e introduzem novos operadores:

Definição 4.1. $\alpha \leftrightarrow \beta \underset{Def}{=} (\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$

Definição 4.2. $\alpha^{\circ} \underset{Def}{=} \neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$ [169]

Definição 4.3. $\neg^{*}\alpha \underset{Def}{=} \neg\alpha \wedge \alpha^{\circ}$

Definição 4.4. $\alpha^{n} \underset{Def}{=} \alpha^{\circ\circ\ldots\circ}$ (n aplicações reiteradas do *operador bola* a fórmula α com $n \geq 1$).

Definição 4.5. $\alpha^{(n)} \underset{Def}{=} \alpha^{1} \wedge \ldots \wedge \alpha^{n}$, $n \geq 1$

Definição 4.6. $\neg^{(n)}\alpha \underset{Def}{=} \neg\alpha \wedge \alpha^{(n)}$, $n \geq 1$

Os axiomas e a regra de inferência de $\mathcal{C}_1$ compreendem, num primeiro momento, como o cálculo de Jaśkowski, um grupo de oito axiomas (*A1-A8*) equivalentes aos do cálculo proposicional positivo de Hilbert; os axiomas *A9* e *A10* introduzem a negação.

A1. $\alpha \to (\beta \to \alpha)$

A2. $(\alpha \to \beta) \to ((\alpha \to (\beta \to \gamma)) \to (\alpha \to \gamma))$

A3. $(\alpha \wedge \beta) \to \alpha$

A4. $(\alpha \wedge \beta) \to \beta$

A5. $\alpha \to (\beta \to (\alpha \wedge \beta))$

A6. $\alpha \to (\alpha \vee \beta)$

A7. $\beta \to (\alpha \vee \beta)$

A8. $(\alpha \to \gamma) \to ((\beta \to \gamma) \to (\alpha \vee \beta \to \gamma))$

A9. $\neg\neg\alpha \to \alpha$

A10. $\alpha \vee \neg\alpha$

A11. $\beta^{\circ} \to ((\alpha \to \beta) \to ((\alpha \to \neg\beta) \to \neg\alpha))$

A12. $\alpha^{\circ} \wedge \beta^{\circ} \to ((\alpha \to \beta)^{\circ} \wedge (\alpha \wedge \beta)^{\circ} \wedge (\alpha \vee \beta)^{\circ})$

---

[169] A fórmula α° é designada por da Costa como "bem comportada" e $\circ$ é chamado operador bola (*Cf.* Costa, N.C.A. [31] p.9) Assim, a possibilidade de admitirmos $\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$ significa que α satisfaz a lei da não contradição, isto é, α é bem-comportada, se por outro lado, este não é o caso, isto é, se $\alpha \wedge \neg\alpha$ vale, então α é mal-comportada.

A regra de inferência é Modus Ponens (*MP*):

$$\frac{\alpha, \alpha \to \beta}{\beta}$$

A partir de $\mathcal{C}_1$ é possível então construirmos uma hierarquia de cálculos proposicionais $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \ldots, \mathcal{C}_n, \ldots, \mathcal{C}_\omega$ [170]. Para cada $\mathcal{C}n$, $0 \leq n \leq \omega$ o operador $\neg^{(n)}$ desempenha papel da negação clássica, sendo que $\neg^{*}$ coincide com a negação clássica que, de acordo com as definições 4.3. e 4.6., pode ser lida como "α é uma fórmula como o operador bola reiterado *n* vezes"; $\alpha^{(n)}$ é usualmente lida como "α é uma fórmula bem comportada de grau *n*".

Os axiomas de $\mathcal{C}_n$, $0 \leq n \leq \omega$ são os axiomas de $\mathcal{C}_1$, substituindo-se os axiomas *A11* e *A12* por *A11'* e *A12'* respectivamente, sendo a regra de dedução a mesma de $\mathcal{C}_1$:

$$A11'.\ \beta^{(n)} \to \left(\left(\alpha \to \beta\right) \to \left(\left(\alpha \to \neg\beta\right) \to \neg\alpha\right)\right)$$
$$A12'.\ \alpha^{(n)} \wedge \beta^{(n)} \to \left(\left(\alpha \to \beta\right)^{(n)} \wedge \left(\alpha \wedge \beta\right)^{(n)} \wedge \left(\alpha \vee \beta\right)^{(n)}\right)$$

O sistema limite $\mathcal{C}_\omega$ é definido somente pelos axiomas *A1* a *A10* e pela regra modus ponens. Nota-se, como Newton da Costa, que quanto maior for *n*, menores são as possibilidades para que $\mathcal{C}_n$ seja trivializável; mas em compensação quanto menos forte o sistema, mais reduzido é o conjunto de seus teoremas, em outras palavras, quanto mais forte for o sistema, menor a "segurança", ou seja, maior o risco de contradições.

Teorema 4.1.(Costa) cada um dos cálculos da hierarquia $\mathcal{C}_n$, $0 \leq n \leq \omega$, é estritamente mais forte do que os cálculos que o sucedem na hierarquia.

Teorema 4.2.(Costa) Os sistemas $\mathcal{C}_n$, $0 \leq n \leq \omega$, são consistentes.

170 O cálculo proposicional clássico pode ser considerado como o sistema $\mathcal{C}_0$ da hierarquia $\mathcal{C}_n$, $0 \leq n \leq \omega$

Teorema 4.3.(Fidel) Os sistemas $\mathcal{C}_n$, $0 \leq n \leq \omega$, são decidíveis.

De forma análoga à arquitetura da hierarquia dos cálculos proposicionais paraconsistentes, pode-se edificar a hierarquia dos cálculos de predicados paraconsistentes, denotados por da Costa por $\mathcal{C}_n^*$, $0 \leq n \leq \omega$, em que $\mathcal{C}_0^*$ é o cálculo de predicados clássico, e $\mathcal{C}_n^*$ $1 \leq n \leq \omega$ é paraconsistente.

A linguagem do cálculo de predicados paraconsistente de primeira ordem $\mathcal{C}_n^*$, $0 \leq n \leq \omega$, denotada por $\boldsymbol{L}_C^*$, é uma extensão da linguagem $\boldsymbol{L}_C$ dos cálculos proposicionais paraconsistentes $\mathcal{C}_n$ correspondentes acrescentando-se:

iii. Para cada m, $m > 0$, uma família enumerável de predicados *m-ários* , P^m, Q^m, R^m,...;

iv. Para cada m, $m > 0$, uma família enumerável de símbolos de funções *m-ários* f^m,g^m,h^m..., sendo os símbolos de funções *0-ários* chamados constantes individuais, e denotados por $a,b,c,\ldots,a_1,b_1,c_1,\ldots,a_n,b_n,c_n$.

v. Quantificadores $\forall$ (universal) e $\exists$ (Existencial).

As noções de termo, fórmula, escopo de quantificador, ocorrência livre, ocorrência ligada de uma variável em um termo e em uma fórmula, fórmula aberta, fórmula fechada, etc., bem como as notações e convenções, são as usuais, dadas por Kleene (*Cf.* Kleene, S.C. [77]). Os operadores de negação $\neg^*$ e $\neg^{(n)}$, os operadores "*n*" e "*(n)*" e o símbolo de equivalência "$\leftrightarrow$" são introduzidos por definição como em $\mathcal{C}_1$.

Os axiomas e regra de inferências do sistema C_1^* são os mesmo de $\mathcal{C}_1$, adicionados dos seguintes:

$$A13.\ \forall x\alpha(x) \rightarrow \alpha(t)$$
$$A14.\ \alpha(t) \rightarrow \exists x\alpha(x)$$
$$A15.\ \forall x(\alpha(x))^{\circ} \rightarrow (\forall x\alpha(x))^{\circ}$$
$$A16.\ \forall x(\alpha(x))^{\circ} \rightarrow (\exists x\alpha(x))^{\circ}$$

A17. Se α e β são duas fórmulas congruentes, ou uma pode ser obtida da outra pela eliminação de quantificadores vácuos, então $\alpha \leftrightarrow \beta$

$$\frac{\alpha \rightarrow \beta(x)}{\alpha \rightarrow \forall x\beta(x)} \text{ (Regra 02)}$$

$$\frac{\alpha(x) \rightarrow \beta}{\exists x\alpha(x) \rightarrow \beta} \text{ (Regra 03)}$$

Agora, acrescentando à linguagem $\boldsymbol{L}_C^*$ dos sistemas $\mathcal{C}_n^*$, $0 \leq n \leq \omega$, o símbolo de predicado binário de igualdade, =, obtém-se a linguagem $\mathcal{L}_C^=$ dos cálculos de predicado paraconsistente com igualdade $\mathcal{C}_n^=$, $0 \leq n \leq \omega$ cujos axiomas e regras de inferência são os mesmos de $\mathcal{C}_n^*$, $0 \leq n \leq \omega$, acrescidos dos que seguem (com as restrições usuais):

$$A18.\ \forall x(x = x)$$
$$A19.\ x = y \rightarrow (\alpha(x) \leftrightarrow \alpha(y))$$

A partir do exposto, estamos aptos a tratar de uma teoria de conjuntos paraconsistente, que segundo nosso ponto de vista expressa uma aplicação formidável da paraconsistência à matemática, e que merece atenção tanto de matemáticos como cientistas e filósofos.[171] Uma teoria paraconsistente de conjunto vem especialmente, em nosso caso, demonstrar que a razão, por seu caráter eminentemente crítico, não se deixa fixar por um único sistema de categorias, como já ajuizamos anteriormente. Paradoxos como o de

[171] Embora, não constitua tema central de nossa exposição fazemos questão aqui de expô-la dada sua relevância matemática e filosófica.

Cantor, Burali-Forti e, especialmente o de Russell, por sua relação com a teoria intuitiva de Cantor, representaram um forte estímulo à formalização da teoria de conjuntos. Esse processo teve início com Zermelo (1908) e a teoria de tipos de Russell. Claramente, como veremos, uma teoria paraconsistente de conjuntos permite, entre outras coisas, a existência do conjunto de Russell, que conduz naturalmente à existência de um conjunto universo.

A teoria paraconsistente de conjunto CHU_1 pode ser encarada como uma extensão da teoria de conjuntos *CHU* de Church, como exposta em *Set theory with universal set* (*Cf.* Church, [22]) que corresponde à teoria CHU_0 da hierarquia CHU_n $0 \leq n \leq \omega$ de teorias de conjuntos de Newton da Costa[172]. (*Cf.* Costa *et al.*, [48]) apresentamos abaixo as características básicas de CHU_0.[173]

A linguagem de CHU_0 é a linguagem $\boldsymbol{L}^{=}$ de *ZF*, com símbolo de descritor[174] (*Cf.* Costa, N.C.A. *et al.* [48] cap.4), que pode ser introduzido contextualmente, ou como símbolo primitivo da linguagem $\boldsymbol{L}^{=}$ estendida.

As seguintes definições são básicas e tem por finalidade simplificar a formulação dos axiomas: (*Cf.* da Costa, N.C.A. *et al.* [48] p. 49s)

Definições 4.7.

iii) $\overline{x} =_{Def} \{y : \neg (y \in x)\}$

iv) $\iota ' x =_{Def} \{x\}$

v) $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\} =_{Def} \{x_1\} \cup \{x_2\} \cup \ldots \cup \{x_n\}$

vi) $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle =_{Def}$ *n - upla ordenada de Kuratowski.*

vii) $\Sigma ' x =_{Def} \iota u \forall y \big(y \in u \leftrightarrow \exists z (z \in x \wedge y \in z) \big)$

---

172 As conexões entre CHU_1 com o sistema *NF* de Quine e resultados sobre este sistema e a hierarquia de teorias paraconsistentes de conjuntos NF_n de Newton da Costa, podem ser encontrados em numerosas publicações, entre as quais as do próprio da Costa [31] e Arruda [3].

173 A intensão é descrever uma teoria paraconsistente de conjuntos de mesma índole de *ZF*. Assim, da Costa parte de uma teoria de conjuntos que concilia traços relevantes de *ZF* (que não admite conjunto universal) com a existência de um conjunto universal, ou seja, a teoria de Church que satisfaz esse requisito.

174 Seja $\mathfrak{F}(x)$ uma fórmula, então "o objeto x tal que $\mathfrak{F}(x)$ " é simbolizado por $\iota x \mathfrak{F}(x)$. Trata-se do descritor de Russell.

viii) $\Pi' x \underset{Def}{=} \iota u \forall x(x \in u \leftrightarrow \forall y(y \in x \rightarrow x \in y))$

ix) $\wp'(x) \underset{Def}{=} \{y : y \subseteq x\}$

x) $Trans(x) \underset{Def}{=} \forall y(y \in x \rightarrow y \subseteq x)$ *(x é um conjunto transitivo)*

xi) $con(x) \underset{Def}{=} \forall u \forall v((u \in x \wedge v \in x) \rightarrow u \in v \vee v \in u \vee u = v)$ [175]

xii) $wf(x) \underset{Def}{=} x \neq \emptyset \rightarrow \exists y(y \in x \wedge \forall z(z \in x \rightarrow y \cap z = \emptyset))$ [176]

xiii) $ord(x) \underset{Def}{=} trans(x) \wedge con(x) \wedge wf(x)$ $(x$ *é um ordinal*$)$

Onde *trans(x)*, *con(x)*, *wf(x)* e *ord(x)* significam, respectivamente, que o conjunto x é transitivo, conexo (em relação à $\in$), bem ordenado (em relação à pertinência) e um ordinal.

Os postulados de CHU_0 são os que seguem:

Ax1$_{CHU0}$. Axioma da Extensionalidade: $\forall x(x \in y \leftrightarrow x \in z) \rightarrow y = z$.

Ax2$_{CHU0}$. Axioma do Par: $\exists u \forall x(x \in u \leftrightarrow x = y \vee x = z)$.

Ax3$_{CHU0}$. Axioma da União: $\exists v \forall x(x \in v \leftrightarrow \exists y(y \in z \wedge x \in y))$.

Ax4$_{CHU0}$. Axioma da Intersecção: $\exists v(v \in z) \rightarrow \exists u \forall x(x \in u \leftrightarrow \forall y(y \in z \rightarrow x \in y))$.

Ax5$_{CHU0}$. Axioma do Infinito: $\exists v \forall x(x \in v \leftrightarrow x \textit{ é ordinal finito})$.

Ax6$_{CHU0}$. Axioma da Escolha: $x \neq \emptyset \rightarrow x$ *possui função escolha*.

Ax7$_{CHU0}$. Axioma da Separação: $wf(v) \rightarrow \exists u \forall x(x \in u \leftrightarrow (x \in v \wedge \mathfrak{F}(x)))$

Ax8$_{CHU0}$. Axioma da Substituição:

$$\left(\forall x \forall y \forall z(\mathfrak{F}(x,y) \wedge \mathfrak{F}(x,z) \rightarrow y = z) \wedge \forall x \forall y \forall z(\mathfrak{F}(x,z) \wedge \mathfrak{F}(y,z) \rightarrow y = x) \wedge \forall y(y \in t \leftrightarrow \exists x \mathfrak{F}(x,y)) \wedge wf(t)\right)$$

$$\rightarrow \exists v \forall x(x \in v \leftrightarrow \exists y \mathfrak{F}(x,y))$$

Ax9$_{CHU0}$. Axioma do Conjunto de Potência: $wf(v) \rightarrow \exists u \forall x(x \in u \leftrightarrow x \subseteq v)$.

---

175 x é um conjunto conexo, em relação à pertinência.

176 x é um conjunto bem fundado, em relação à pertinência.

***Ax10**$_{CHU0}$*. Axioma do Complemento: $\exists u \forall x(x \in u \leftrightarrow \neg(x \in z))$.

Nota: chamamos *conjuntos regulares* a todo conjunto *x* tal que *wf(x)*.

Teorema 4.4. Em CHU_0 existe o conjunto universal $x \cup \bar{x} = \mathsf{V}$.

Teorema 4.5. (Costa) Se *ZF* for consistente, CHU_0 também o será.

Evidentemente a lógica subjacente à teoria de conjuntos CHU_1 é a lógica paraconsistente $\mathcal{C}_1^{=}$. Os axiomas da teoria CHU_1 são os mesmos da teoria CHU_0, nos quais a negação usual $\neg$ é substituída pela negação forte $\neg^*$ de $\mathcal{C}_1^{=}$, acrescidos de a existência do *complemento fraco* e um axioma que permite a existência das relações de Russell em CHU_1:

***Ax11**$_{CHU1}$*. Axioma do Complemento Fraco: $\exists v \forall x(x \in v \leftrightarrow x \notin z)$

***Ax11**$_{CHU1}$*. Axioma da Separação Paraconsistente:

$\exists y \forall x_1 \forall x_2 \ldots \forall x_n (\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle \in y \leftrightarrow \langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle \notin x_i)$, *com* $1 \leq n \leq \omega$

Os seguintes teoremas expressão algumas propriedades fundamentais de CHU_1 e nos permitem refletir sobre sua relevância filosófica relativa ao nosso tema:

Teorema 4.6. (Costa) CHU_1 é inconsistente e aparentemente não trivial.

Teorema 4.7. (Costa) CHU_0 é consistente se, e somente se, é CHU_1 não-trivial.

Teorema 4.8. (Costa) $\mathsf{V} \in \mathsf{V}$.

Teorema 4.9. (Costa) CHU_0 está contido em CHU_1.

Naturalmente, a teoria de conjuntos paraconsistente emerge como uma solução aos paradoxos que destoa profundamente das posturas tradicionais. Sua racionalidade, para além de sua fecundidade matemática, é inquestionável. Vale dizer, que de um ponto de vista estritamente matemático, as abordagens paraconsistentes da teoria de conjuntos abrem uma ampla gama de possibilidades. Por exemplo, nada impede a elaboração de uma hierarquia de conjuntos paraconsistentes CHU_{ω}, tendo por alicerce as lógicas $\mathcal{C}_n^{=}$, $0 \leq n \leq \omega$. É de interesse, particularmente matemático, o leque de possibilidades que a paraconsistência abre, entre os quais o de uma aritmética paraconsistente e de uma geometria paraconsistente. Neste ponto é interessante citar Hilbert quando diz: "O matemático deverá levar em conta não apenas aquelas teorias que se aproximaram da realidade, mas também, com na geometria, todas as que são logicamente possíveis, e deve sempre estar atento para obter um levantamento completo das conseqüências implicadas pelo sistema axiomas formulado", (*Cf.* Hilbert, *apud* da Costa, N.C.A. *et al.*, [48] p. 113) ao que se pode emendar com o princípio de *tolerância matemática* de da Costa: "Toda teoria é admissível, desde que não seja trivial" (*Cf.* da Cota, N.C.A. [35])

"Convém, no entanto, sublinhar que, embora aparentemente divergindo de forma completa da clássica, a matemática paraconsistente está intimamente correlacionada com esta última. Sem a matemática clássica, a paraconsistente não existiria, pelo menos genericamente. Mais ainda, em sentido óbvio, aquela se inclui nesta". (*Cf.* da Costa, N.C.A. *et al.*, [48] p. 71) o que importa afirmar é que a lógica paraconsistente e sua condição de "não-trivialidade" emerge como um traço profundo de racionalidade, ao descortinar a possibilidade de uma solução positiva ao paradoxo russelliano.

4.3. Estruturas parciais e quase-verdade

> "The meaning of the term 'true sentence' in colloquial language seems to be quite clear and intelligible, all attempts to define this meaning more precisely have hitherto been fruitless, and many investigations in which this term has been used and which started with apparently evident premises have often led to paradoxes and antinomies".
> (*Cf.* Tarski, A. [149] p. 152)

Discorremos em diversas passagens deste trabalho sobre certas inconsistências em ciência, sublinhando diferentes estruturas teóricas que, de uma maneira ou de outra, envolvem aspectos paradoxais em alguma acepção. Nas ciências reais ou empíricas podem ser apontadas várias situações em que se tem de compatibilizar teorias incongruentes, e de maneira especial na física, são exemplos de inconsistência certos aspectos da mecânica quântica (*p.ex*., a radiação do corpo negro e o modelo atômico de Bohr, tratados por alto no capítulo 2) e a incompatibilidade desta com a Relatividade Geral; na matemática, caso particular, é o da teoria intuitiva de conjuntos acima delineada. Embora esses construtos teóricos sejam inconsistentes, eles em geral têm seus âmbitos de aplicação, e grau de precisão, em alguns casos, extremamente refinados. Em outras palavras, eles salvam as aparências em seus respectivos domínios. Claramente, nelas tudo se passa como se suas proposições fossem verdadeiras *stricto senso*, embora envolvendo contradições. Outros dois aspectos a serem lembrados, naquilo que diz respeito à prática e aos produtos da ciência, são a "incompletude" das informações de que se dispõe a respeito do contorno, e sua limitação de escopo a um determinado campo da realidade (o que é plenamente reconhecido), caso peculiar, o da mecânica newtoniana, que, embora, não seja aplicável irrestritamente a todos os fenômenos mecânicos, continua sendo empregada na descrição de diversos fenômenos, tais como a circunscrição de projéteis e o movimento de satélites artificiais. Mesmo a astronomia ptolomaica, dentro de certo grau de precisão pode ser considerada "verdadeira" em certa acepção podendo, sob certas circunstâncias, ser aplicada na navegação marítima ordinária. Talvez, ao cientista interesse, entre outras coisas, saber porque o mundo é como é, o que indica que a noção de verdade, em alguma acepção, não pode ser desvinculada dos objetivos e da racionalidade científica. De fato, é muito difícil desenvolver qualquer investigação teórica sem fazer referência à noção de verdade, que normalmente está associada à investigação científica no sentido da correspondência, isto é, a crença de que a noção pretendida pela ciência e a verdade como correspondência. Para Peirce, por exemplo, a verdade é o fim último do processo indagação, particularmente da indagação científica (*Cf.* Niniluoto, I. [104]). Porém, dada e existência de contradições, a coexistência de teorias incompatíveis em ciência e a parcialidade das informações que dispomos da realidade, cabe a questão: que noção de verdade, presentemente, seria melhor adequada à racionalidade científica em contextos inconsistentes e que expresse a "incompletude" das informações que dispomos da realidade? Claramente, as representações dadas pelas teorias científicas não são verdadeiras (absolutamente), mas parcialmente verdadeiras, aproximadamente verdadeiras ou contendo alguma parcela de verdade. Esse aspecto (amplamente reconhecido) não é evidentemente capturado pela caracterização da verdade dada por Tarski. Nesse ponto, podemos nos referir a um dos aspectos basilares da concepção de Ciência de Newton da Costa que, importam ao modelo de racionalidade esboçado nessa monografia, a saber, a noção de verdade pragmática ou quase-verdade.

Em *Pragmatic Truth and Approximation to Truth*, da Costa (*Cf.* Mikenberg, I. *et alii*, [95]) e colaboradores estabelecem a noção de quase-verdade que, de um lado, generaliza a formulação tarskiana de verdade e, por outro lado, da mesma forma que Tarski, procurou capturar as "intenções" da abordagem correspondencial da verdade, a quase-verdade pretende apreender a noção de verdade pragmática (em alguma de suas possíveis interpretações), tal como proposta por teóricos com Peirce e James (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p. 128) [177], como para certa noção de aproximação da verdade (*Cf.* Mikenberg, I. *et al.*, [95]) Dois componentes formais básicos foram estabelecidos a fim de acomodar a incompletude e natureza parcial das representações científicas: relações parciais e estruturas parciais. O que se pretende estabelecer é que, se as proposições da ciência não são verdadeiras, no sentido da correspondência, são ao menos, num certo sentido, quase-verdadeiras, como explicitaremos na seqüência.

[177] Cumpre notar que da Costa faz notar em diversas ocasiões, que não pretende fazer exegese das teses pragmatistas de James e Peirce sobre a verdade (*Cf.* Mikenberg, I. *et al.*, [95]), mas que estas são motivação heurística para a elaboração de sua definição de quase-verdade.

Sem o rigor apropriado, podemos afiançar que a teoria da quase-verdade diz que uma sentença α (de uma linguagem formal $\boldsymbol{L}$) é quase-verdadeira (ou pragmaticamente verdadeira) num domínio Δ, se as coisas se passam em Δ como se α fosse verdadeira no sentido da teoria da correspondência de Tarski. Em outras palavras, α salva as aparências em Δ. Assim, por exemplo, o modelo atômico de Bohr, a despeito de suas contradições, é *q-verdadeiro*, quando temos em mente o átomo de hidrogênio, e certo grau de precisão nas medidas de seu espectro; da mesma forma, a mecânica newtoniana é q-verdadeira naqueles domínios que não envolvem velocidades próximas da luz, ou corpos extremamente massivos.

A base da definição de *q-verdade* é a noção de *estrutura pragmática simples* (*eps*), que vamos definir na seqüência. Nossa exposição daqui em diante esta baseada em da Costa [29] e [39]. Para detalhes mais técnicos, sobre o tema nos reportamos a Mikenberg, I. *et alii* [95].

Freqüentemente, a elaboração de uma teoria científica sobre um determinado domínio Δ da realidade (por exemplo, a física de partículas), envolve o emprego de um arcabouço conceitual (normalmente ancorado por uma estrutura matemática), que permite sistematizar racionalmente as informações que dispomos sobre o domínio em foco[178]. Vamos representar por D o conjunto dos elementos associados a Δ que contenha tanto objetos observáveis (p.ex., em física de partículas, linhas espectrais) quanto objetos não-observáveis (*p.ex.*, quarks, ondas de probabilidade, campos) [179]. Assim, para tratar adequadamente do estado de coisas em Δ vamos primeiro considerar certos objetos reais (observáveis), cujo conjunto se pode denotar aqui por A_1. Entre os objetos de A_1 existem

---

[178] As informações de que dispomos de Δ dependem efetivamente de diversos fatores de ordem pragmática que vão desde o estágio de desenvolvimento tecnológico de que dispomos, até fatores não epistêmicos relacionados ao que consideramos relevante em determinado momento a respeito de Δ.

[179] Certamente estamos interessados nas relações que se estabelecem entre os objetos de D, que intuitivamente representam a informações que temos de Δ. Além disso, cumpre notar que os objetos não-observáveis são auxiliares no processo de sistematização de nosso conhecimento sobre Δ. A discussão se tais objetos ideais correspondem de fato a entidades reais constitui um ponto de separação entre posturas realistas e empiristas. A abordagem via estruturas parciais não se compromete particularmente com nenhuma dessas posturas filosóficas.

relações que nos interessam, e que podem ser modeladas por relações parciais[180] $(R_i)_{i\in I}$, cada relação possuindo uma aridade fixa (se *R* é uma relação entre *n* elementos, então sua aridade é *n*, com $n \in \omega$). A justificativa para as relações parciais é que elas expressam melhor o que conhecemos ou pelo menos assumimos como verdadeiro (no sentido da teoria da correspondência) sobre as relações que se estabelecem entre os elementos de A_1. Assim, a estrutura parcial $\langle A_1, R_i \rangle_{i\in I}$ envolve, num determinado momento, o que conhecemos ou aceitamos como verdadeiro sobre o domínio Δ .

Para sistematizar nosso conhecimento sobre Δ , é também conveniente introduzir na estrutura $\langle A_1, R_i \rangle_{i\in I}$ alguns "objetos ideais" (não-observáveis). O conjunto desses novos objetos é denotado por A_2. Fica óbvio que $A_1 \cap A_2 = \emptyset$, e estabelecemos $D = A_1 \cup A_2$. Deste modo, a modelagem de Δ envolve novas relações parciais $(R_j)_{j\in J}$, que se dão entre os objetos de A_2, algumas das quais estendem as relações dadas por $\langle A_1, R_i \rangle_{i\in I}$. Temos a partir daqui a estrutura $\langle D, R_k \rangle_{k\in K}$ onde $(R_k)_{k\in K}$ é uma família de relações parciais sobre *D*, com $K = I \cup J$ e $(I \cap J = \emptyset)$.

Um dos aspectos de relevo da concepção semântica da verdade, devida a Tarski, é ter estabelecido que uma sentença α de uma linguagem formal ***L*** é verdadeira ou falsa, relativamente a uma "interpretação" em uma dada "estrutura". De modo semelhante, uma sentença é q-verdadeira em relação a uma espécie de estrutura parcial. Como a noção de q-verdade faz uso da caracterização da verdade de Tarski (que se utiliza de estruturas totais) é necessário instituir a noção de estrutura pragmática simples, que estabelece uma conexão entre estruturas parciais e totais, incorporando um terceiro componente: um conjunto $\wp$ de sentenças de uma linguagem de primeira ordem $\boldsymbol{L_{po}}$ que admitimos como verdadeiras,

---

[180] Uma relação parcial n-árias *R* sobre um conjunto não-vazio *D* é uma tripla $\langle R_1, R_2, R_3 \rangle$ onde $R_i \cap R_j = \emptyset$ para $i \neq j,\ i,j \in \{1,2,3\}$ e $R_1 \cup R_2 \cup R_3 = D^n$, tal que: *(i)* R_1 é o conjunto das n-uplas que admitimos pertencer a R ; *(ii)* R_2 é o conjunto da n-uplas que admitimos que não pertencem R; (iii) R_3 é o conjunto das n-uplas não sabemos se pertencem ou não a R. (se $R_3 = \emptyset$, então R é uma relação n-ária total, que se identifica com R_1).

conforme a teoria da correspondência. Por meio de $\boldsymbol{L_{po}}$ falamos acerca da estrutura $\langle D, R_k \rangle_{k \in K}$.

A partir das considerações informais acima somos levados a seguinte definição de estrutura pragmática simples (*eps*):

$$\langle A_1, A_2 R_i, R_j, \wp \rangle_{i \in I, j \in J}$$

Que também pode ser expressa da seguinte forma (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p. 130):

Definição 01: Uma *eps* para uma linguagem de primeira ordem $\boldsymbol{L_{po}}$ é qualquer estrutura $\mathcal{A} = \langle D, R_k, \wp \rangle_{k \in K}$ onde D é um conjunto não vazio, denominado universo de $\mathcal{A}$, $(R_k)_{k \in K}$ é uma família de relações parciais k-árias, definidas sobre D, para todo $k \in K$, e $\wp$ é um conjunto de sentenças da linguagem $\boldsymbol{L_{po}}$ interpretada em $\mathcal{A}$.

Observação 01: se $\boldsymbol{L_{po}}$ é uma linguagem de primeira ordem com igualdade, então os símbolos de $\mathcal{L}$ são símbolos lógicos (conectivos, variáveis individuais, quantificadores e símbolo de igualdade), uma coleção de constantes individuais, uma coleção de símbolos de predicados e símbolos auxiliares. Interpretar $\boldsymbol{L_{po}}$, na *eps* $\mathcal{A} = \langle D, R_k, \wp \rangle_{k \in K}$, é associar a cada constante individual de $\boldsymbol{L_{po}}$ um elementos do universo de $\mathcal{A}$, e a cada símbolo de predicado de $\mathcal{L}$, de aridade n, a relação $R_k, k \in K$, da mesma aridade. Qualquer predicado da família $(R_k)_{k \in K}$ deve estar associado a um símbolo de predicado de $\boldsymbol{L}$ (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p. 130).

Definição 02: Sejam $\boldsymbol{L_{po}}$ e $\mathcal{A} = \langle D, R_k, \wp \rangle_{k \in K}$ respectivamente uma linguagem de primeira ordem e uma *eps*, tais que $\mathcal{L}$ está interpretada em $\mathcal{A}$. Seja $\mathcal{B} = \langle D', R'_k, \wp' \rangle$ uma estrutura total (uma estrutura em que as relações de aridade n acham-se definidas para todas as n-uplas de elementos do universo), e admitamos que $\boldsymbol{L_{po}}$ esteja também interpretada em $\mathcal{B}$. Então $\mathcal{B}$ se diz *$\mathcal{A}$-normal* se as seguintes propriedades forem satisfeitas:

i) $D' = D$

ii) Cada R'_k "estende" a relação parcial correspondente R_k a uma relação total;

iii) Se c for uma constante individual de $\boldsymbol{L}$, em $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ c é interpretada pelo mesmo elemento;

iv) Se α for uma sentença de $\wp$, α é verdadeira na estrutura $\mathcal{B}$. (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p.130s).

Observação 02: dada uma estrutura pragmática $\mathcal{A}$, nem sempre é possível estende-la a uma estrutura total $\mathcal{B}$. Condições para que isso seja possível pode ser encontradas com detalhes em Mikenberg, I. *et alii* [95]. Na seqüência consideramos apenas *eps* que podem ser estendidas a uma estrutura total, isto é, dada qualquer eps $\mathcal{A}$, o conjunto das estruturas *$\mathcal{A}$-normais* não é vazio.

A partir das considerações acima podemos estabelecer o conceito de quase-verdade (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p.131):

Definição 03: Sejam $\boldsymbol{L}$ e $\mathcal{A}$ uma linguagem e uma *eps* respectivamente, com $\mathcal{L}$ interpretada em $\mathcal{A}$. Dizemos que uma sentença α de $\mathcal{L}$ é ***quase-verdadeira*** na eps $\mathcal{A}$, de acordo com $\mathcal{B}$, se $\mathcal{B}$ for uma estrutura *$\mathcal{A}$-normal* e α for verdadeira em $\mathcal{B}$, segundo a definição de Tarski; por outro lado, se α não é *quase-verdadeira* em $\mathcal{A}$ de acordo com $\mathcal{B}$, dizemos então que α é ***quase-falsa*** na *eps* $\mathcal{A}$ de acordo com $\mathcal{B}$.

Vale notar que por meio da noção de quase-verdade, da Costa *et al.* estendem a caracterização de Tarski de verdade, sintetizada pela expressão "a sentença α é verdadeira em uma estrutura $\mathcal{B}$" pela expressão "a sentença α é quase-verdadeira em uma estrutura *$\mathcal{A}$-normal* $\mathcal{B}$ relativa a uma eps $\mathcal{A}$". De outra forma, se α é uma sentença quase-verdadeira, podemos afirmar que α descreve o domínio em questão *como se* sua descrição fosse verdadeira, isto é, α não é necessariamente verdadeira, mas apenas verdadeira, por assim dizer, no domínio restrito delimitado por $\mathcal{A}$. Por outro lado, segue-se que toda sentença verdadeira é quase-verdadeira.

Naturalmente, “os desenvolvimentos técnicos expostos contribuem para a elucidação da idéia de quase-verdade, que informalmente, aqui, significa salvação das aparências de modo adequado e cômodo”. (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] P. 139)

Algumas conclusões merecem ser assinaladas a propósito da quase-verdade e da racionalidade da ciência:

i) O uso de uma lógica paraconsistente como lógica subjacente à quase-verdade[181] permite acomodar racionalmente teorias inconsistentes e paradoxos como referidos ao longo desse trabalho. Ou seja, a lógica subjacente à noção de *q-verdade* é uma lógica paraconsistente, mais precisamente, uma lógica de Jaskowski.

ii) A noção de quase-verdade é mais bem apropriada para tratar a incompletude, vagueza e parcialidade do conhecimento científico, particularmente no que diz respeito às ciências empíricas ou reais.

iii) A concepção de verdade inerente à racionalidade das ciências empíricas é, ao que tudo indica, para da Costa, a quase-verdade. Ou seja, a atividade científica busca a *q-verdade* e, quando possível, a verdade *stricto senso*.

iv) Vale lembrar que a teoria da quase-verdade não se encontra comprometida com qualquer pressuposto filosófico, seja realista seja empirista.

Com a introdução de teorias quase-verdadeiras, e com a asserção de que a atividade científica se pauta pela busca da quase-verdade, uma nova abordagem da racionalidade científica torna-se plausível.

[181] Não desenvolvemos neste trabalho uma lógica para a *quase-verdade*, mais deixamos indicados como referência Mikenberg, *et al.* [?], da Costa, [?], [?] Cap. 3 e Hifume, [?] cap. 4.

4.4. Racionalidade e paraconsistência

> "De um modo impreciso, poderíamos afirmar que a razão humana parece atingir o ápice de sua potência quanto mais se aproxima do perigo da trivialização."
> (*Cf.* da Costa, N.C.A. [31] p.21)
>
> "I claim that is rational for scientists to accept scientific theories in general and inconsistent theories in particular and to believe them, as being pragmatically true, to at least some extent, since the theories do capture certain aspects of their domains". (*Cf.* French, Steven, [59] p. 58)

Feitas as considerações anteriores sobre a noção de *q-verdade*, a presença de teorias inconsistentes em ciência, bem como a possibilidade de fundamentá-las em uma lógica paraconsistente, cabe agora tratar mais de perto de um dos pontos centrais de nosso trabalho, isto é, das possíveis relações entre racionalidade e paraconsistência. Parece de fato haver poucas dúvidas, a partir do que dissemos até aqui, de que frequentemente ocorrem contradições não apenas em certos estágios de formação de teorias científicas, mas também em seus produtos finais. Também não se pode negar a relevância da teoria da *quase-verdade* quando temos em mente a racionalidade das ciências empíricas, particularmente dado o fato da explicação e descrição de certos domínios requererem sistemas conceituais (teorias) variados, às vezes antagônicos, inclusive fundados em lógicas distintas da clássica.

Em nossa perspectiva, a lógica paraconsistente pode ser vista como construção formal, similar, em diversos aspectos, a tantas outras encontradas no interior da matemática. Assim sendo, da mesma forma que em álgebra se trata de certas propriedades de grupos, corpos e anéis, independentemente de quaisquer comprometimentos filosóficos específicos acerca dos mesmos, pode-se investigar certos sistemas formais inconsistentes independentemente de compromissos filosóficos. Naturalmente, desse ponto de vista, enquanto campo de investigação, a paraconsistência possui estatuto conceitual análogo às demais disciplinas matemáticas.

Entretanto, a paraconsistência possui inegavelmente profundas implicações filosóficas, (*Cf.* da Costa, N.C.A. [40]) não constituindo ponto pacífico, mesmo de um ponto de vista estritamente matemático, em certo sentido. Evidentemente, uma coisa é operar no quadro de uma lógica paraconsistente, examinar suas distintas formulações, estender seus resultados a novos domínios; outra, de natureza totalmente diversa, e deveras interessante, consiste em investigar seus pressupostos. A paraconsistência altera radicalmente componentes profundamente arraigados da racionalidade matemática tradicional e, por conseguinte da ciência como um todo – especificamente, nesse cenário se destaca a consistência, cujo papel foi o de delimitar a extensão do que se poderia racionalmente ser investigado. Hilbert já havia afirmado, em uma de suas máximas, a consistência como um requisito para a existência em matemática. A paraconsistência, por seu turno, não somente desloca o eixo do problema da consistência para a não-trivialidade, como também amplia os limites da racionalidade. Questões epistemológicas tradicionais, envolvendo a natureza do conhecimento científico, em particular aqueles em que a matemática comparece, devem ser revistos. Com efeito, o que seria um conhecimento paraconsistente? Qual o *status* epistemológico de um "objeto inconsistente", como o conjunto de Russell? Ou ainda, que questões podem ser ventiladas no que diz respeito às relações entre lógica e ontologia a partir da paraconsistência? Existiriam entidades contraditórias no mundo real? (*Cf.* da Costa, N.C.A. [41])

Como é bem sabido, na lógica clássica, de uma contradição pode-se deduzir qualquer coisa; daí o pavor que ela gera. A contradição trivializa; é preciso, pois, bani-la do que se convencional chamar ciência, se se quer garantir a racionalidade de tal empreendimento. Também, tradicionalmente, o absolutismo lógico advogou que as leis lógicas seriam invariáveis, absolutas, independentes de tempo, lugar, desenvolvimento cultural e quaisquer outras circunstâncias.

O advento de lógicas não-clássicas, particularmente da lógica paraconsistente, bem como certas transformações por que passaram as ciências, especialmente a física e a matemática, vêem reivindicar uma postura filosófica bastante distinta da exposta no parágrafo anterior. Notadamente, as categorias racionais subjacentes à física newtoniana ou a geometria euclidiana, de um lado, e a física em seu estado presente, bem como a geometria, por outro lado, divergem profundamente; *ipso facto*, os princípios que regem essas categorias variam, donde se conclui que a própria razão se modificou com a evolução da ciência.

A história da ciência corrobora que o sistema dos saber sempre se encontra imbricado com contradições, originadas, por vezes, de momentos de crise do conhecimento científica. De mais a mais, vale lembrar que certos resultados na matemática, como os teoremas de incompletude de Gödel, reforçam a idéia de que teorias contraditórias não podem ser banidas *a priori* da investigação e dos produtos da ciência.

Interessa destacar ainda que qualquer construção teórica, por mais logicamente rigorosa que seja dos contextos racionais "acha-se comprometida com a linguagem natural (sem ela, por exemplo, não se vê como edificar sistemas lógico-formais e suas semânticas) e que as linguagens comuns não são nem podem ser logicamente exatas. Em síntese, há como que um paradoxo básico envolvendo a logicidade: qualquer intento de precisão lógica só se pode realizar por meio de métodos cujos fundamentos são imprecisos do ponto de vista estritamente lógico". (*Cf.* da Costa, N.C.A. [28] p.211) Donde se conclui: ao que tudo indica o conhecimento científico sempre estará comprometido com inconsistências. Desta conta, a paraconsistência se afigura presentemente mais adequada ao processo de sistematização dos contextos racionais do que a lógica clássica. Vale notar, porém, que a descoberta da paraconsistência não invalida inteiramente os princípios clássicos, mas tão somente restringe seu âmbito de aplicação. A validade permanente do princípio de contradição, ainda que limitada, manifesta que a razão não opera arbitrariamente, mas segundo critérios pragmáticos por nós já discutidos.

Capítulo 5

Racionalidade científica e dinâmica de teorias

5.1. Noções sobre progresso científico em termos cumulativos

> "As revoluções científicas não são feitas pelos cientistas [...]. Elas são anunciadas posteriormente, em geral pelos filósofos e pelos historiadores da ciência [...]. A evolução gradual das novas teorias será considerada revoluções por aqueles que, acreditando na irrestrita validade de uma teoria física, fizeram dela a espinha dorsal de toda uma filosofia. A física pode até ficar lisonjeada com tal homenagem, só não pode responsabilizar-se pelas inevitáveis decepções."
> (Cole, K.C., [24] p.66)

A história da ciência tem sido bastante desconcertante a qualquer empreendimento que pretenda reconduzir a racionalidade científica a categorias fixas ou a um sistema lógico fechado. Com efeito, certas estruturas teóricas que se mostraram por muito tempo válidas e, aparentemente, de algum modo correspondiam aos fatos, de tal sorte que foram tidas como refletindo o real, se mostraram ao longo da história da ciência ineficazes para dar conta de certos estados de coisas. Isso inevitavelmente desemboca nas interconexões entre racionalidade e progresso científico, entre progresso e a verdade pretendida pelo empreendimento científico. Quais as relações possíveis entre esses termos? O desenvolvimento da ciência é progressivo? Em que sentido? Vale notar que muitas discussões sobre o desenvolvimento da ciência e suas conexões com a noção de progresso ao longo da história tomaram nuances bastantes vagas e de difícil aporte. Cabe aqui, então, tecer algumas notas sobre o significado da noção de progresso em ciência, procurando lhe dar alguma precisão, sem porém pretensão de esgotar o assunto. Na verdade, advertimos que as proposições a esse respeito, no que segue, terão caráter esquemático e fragmentado, constituindo tão somente um esboço do que poderá receber um tratamento melhor aprofundado de nossa parte em investigações posteriores.

Tradicionalmente, para muitos filósofos e pesquisadores, as ciências empíricas se desenvolveriam por meio de uma acumulação linear de saber, isto é, o progresso em ciência pode ser 'mensurado' por um acúmulo de conhecimentos sobre o mundo. De acordo com essa perspectiva, que poderíamos chamar clássica, as ciências deveriam conduzir a conhecimentos definitivos e estáveis. A verdade pretendida pelo cientista é a verdade como correspondência. Essa perspectiva do progresso científico é nitidamente realista, no sentido de que a verdade como correspondência constitui o objetivo da atividade científica, que realiza progresso quando realiza esse objetivo.

Assim sendo, tanto o empirismo clássico (Francis Bacon), quanto o racionalismo (René Descartes) do século XVII, enquadram-se nessa perspectiva, e entenderam que o uso de um especial método de inquirição garantiria à ciência a descoberta e a justificação de novas verdades (no sentido de que suas proposições correspondiam aos fatos), de tal forma que seu empreendimento estabeleceria uma estrutura não apenas eminentemente racional, mas também progressiva. Para Descartes em seu *Discours de la Méthode*, por exemplo, o progresso científico se desenrola a partir de idéias inatas e auto-evidentes, das quais derivamos novas verdades. Para ele, particularmente, o método constituía instrumento basilar na descoberta de verdades indubitáveis. Bacon, embora partindo de pressupostos epistemológicos opostos aos de Descartes, também defendeu, no *Novum Organon*, o progresso cumulativo do conhecimento científico, mas, por meio de coleta de dados, observações e generalizações, que conduzem a leis gerais e princípios. Na media em que a ciência atingisse tais princípios realizaria progressos cognitivos. Naturalmente, tanto para racionalistas quanto para empiristas, a noção de progresso científico está associada às de método e verdade em ciência.

Com o triunfo da ciência moderna, de caráter empírico, ficou mais ou menos patente que o traço típico das ciências seria o método indutivo, embora não houvesse acordo entre os teóricos quanto ao que seria, afinal, esse método indutivo (Issac Newton, *e.g.*, se considerava tributário do método indutivo).

Como já dissemos em capítulo precedente, o problema da indução foi investigado, de forma sistemática e crítica pela primeira vez, por David Hume. A conclusão a que ele chegou foi embaraçosa para muitos pensadores: as ciências empíricas devem utilizar um princípio de indução, pois é com auxilio de tal princípio que se pode chegar a uma generalização pela qual se assevere que todas as regularidades até agora observadas (e, portanto, passadas) hão de manter-se no futuro (*Cf.* Hume, D. [72], seção IV). Vale recordar o que já dissemos anteriormente, que, segundo Hume, não há como justificar racionalmente esse princípio. De acordo com esse filósofo, apesar de inferências indutivas serem amplamente utilizadas na vida ordinária e na ciência, não se pode estabelecer sua justificação em termos lógicos, consistindo esse procedimento em uma predisposição natural (e irracional) dos seres humanos denominada por ele de "costume ou hábito"(*Cf.* Hume, D. [72] p.61). Poderíamos dizer que, para esse filósofo inglês em particular, a ciência se desenvolveria indutivamente e não-racionalmente, isto é, para ele a não-racionalidade significa que o princípio utilizado para fazer avançar a ciência não pode ser justificado de um ponto de vista racional. Sem embargo, Hume parece representar um momento de inflexão surpreendente nas relações ente razão e progresso científico em seu período.

A despeito das conjecturas de Hume, sobre a marcha não-racional da empreitada científica, a noção de que a razão promove o progresso do conhecimento vingou entre os filósofos dos séculos XVIII e XIX. Especialmente Kant, ao investigar a possibilidade da metafísica como ciência, compara esta disciplina com a física e a matemática que, para ele, desde seus inícios, tiveram caráter racional e progressivo, desenvolvendo-se por acúmulo de conhecimentos, e recomendando-se por suas aplicações. Contrariamente ao que ocorre na ciência, na metafísica, constata o pensador de Königsberg, as intermináveis disputas sobre seus conceitos fundamentais e princípios, impediram qualquer progresso. (*Cf.* Kant, [75])

Essa percepção da razão científica e do caráter progressivo e cumulativo do conhecimento por ela alcançado, certamente foram ingredientes básicos do otimismo epistemológico do século das luzes, que divinizou a razão com Robespierre.[182] Esse

[182] Dentre os representantes do iluminismo, J.J. Rousseau talvez seja uma exceção aos vínculos entre razão e progresso científico, especialmente em sua dissertação *Sobre o Progresso das Artes e da Ciência*, embora, refletindo em bases bastante distintas das de Hume, ele propagou a idéia de que a razão científica não produz qualquer tipo de progresso ou bem estar humano.

otimismo foi incorporado por volta de 1830 ao positivismo de A. Comte, que atrelou a noção de progresso científico ao de progresso social. É pelo acúmulo de verdades empiricamente certas que a ciência também promoveria o progresso social, entendido aparentemente como incremento ao bem estar humano. Outros nomes influentes do século XIX que refletiram sobre o caráter progressivo do conhecimento científico e de sua dinâmica, dignos de menção, foram William Whewell, Charles Peirce, Ernest Mach e Pierre Duhem.

No início do século XX, a noção de progresso científico cumulativo e linear fez parte das conjecturas do moderno empirismo lógico. Assim, por exemplo, tanto para Carnap como para Reichenbach as ciências avançam indutiva e racionalmente. É nessa perspectiva que Carnap se esforça por estabelecer uma lógica indutiva.

De acordo com a perspectiva de ciência advogada por Carnap em *A construção Lógica do Mundo*, uma lei ou teoria uma vez verificada, talvez não estivesse mais sujeita a dúvida e, portanto, poderia representar um incremento cognitivo de certa forma estável. É por meio da *verificação* que o progresso cumulativo do conhecimento pode ser garantido, sendo a possibilidade de confirmar teorias a síntese da própria possibilidade de fazer a ciência avançar. Carnap pretendeu solucionar de um lado o desafio imposto pelo “problema de Hume” garantindo de um lado a racionalidade de processos indutivos e ao mesmo tempo, em certo sentido, o aspecto progressivo do saber estabelecido pela ciência.

O modelo de progresso científico que acabamos de esquematizar está associado a um modo de conceber a racionalidade científica como indicamos no primeiro capítulo, e podemos classificá-lo como um modelo ortodoxo do desenvolvimento da ciência. Entretanto outras propostas foram aventadas por teóricos da ciência sobre como ocorrem mudanças na ciência.

Destarte, outra perspectiva a propósito do progresso científico de destaque é a de Popper, para quem a ciência por ser eminentemente crítica e racional tem caráter essencialmente progressivo. Segundo Popper, o progresso científico é cumulativo, mas não pode ocorrer por verificações. Afirma ele: “é apenas na ciência que se manifesta o progresso; só aí podemos dizer que sabemos mais, em certa época, do que se sabia antes”

(*Cf.* Popper, *apud* Stegmüller, W. [142] p. 359). Para esse filósofo, a ciência progride racionalmente por conjecturas e refutações. Popper, ao tratar do problema humeano da indução, tomou caminho diametralmente oposto ao de Carnap, advogando que as ciências naturais não poderiam realizar qualquer forma de progresso racional por meio de induções. Confessadamente, Popper, ao dirigir críticas ao positivismo lógico, assinala diferenças entre sua postura e ao daquele círculo de pensadores. [183] A filosofia de Popper, o racionalismo crítico, pretende dissipar de um só golpe duas questões que ele considera centrais na epistemologia da ciência: um é o problema da indução, outro o da demarcação entre ciência e não-ciência, de tal sorte que, como corolário de suas proposições, seja possível deduzir o caráter progressivo do conhecimento científico.

De acordo com Popper, o conhecimento não guarda origens em observações, [184] mas ocorre pela formulação de hipóteses, conjecturas, em muitos casos arrojadas, com o fito de explicar como é o mundo. Aqui chegamos a poder refletir sobre um dos pontos fundamentais das idéias de Popper sobre o desenvolvimento de teorias científicas, e a distinção que ele esforça-se em estabelecer entre ciência e não-ciência. A abordagem de Popper se ancora em seu *falseacionismo*. Para ele, as hipóteses ou conjecturas devem ser permanentemente submetidas a testes empíricos, de tal sorte que sejam passíveis de refutação pela experiência. Popper argumenta que o que distingue os sistemas científicos de não-cientificos (como a matemática e a metafísica) é a possibilidade de aplicar aos primeiros um teste dedutivo sintetizado por um esquema de inferência da lógica clássica: o *modus tollens*. Em outras palavras, se T é uma teoria científica qualquer e h uma conseqüência de T falseada por certo experimento ou observação, temos:

$$T \rightarrow h$$
$$\neg h$$
$$\neg T$$

[183] Neurath chamava Popper de "a oposição oficial" do Círculo de Viena.
[184] Em *Conjectures and Refutations* ele afirma: "Observações (...) adotam como pressuposto algum sistema de referência, um sistema de expectativas, um sistema de teorias. Se as observações tinham alguma importância, se geraram a necessidade de explicações e originaram, dessa forma, a invenção de hipóteses, isso se deveu ao fato de que aquelas observações não se acomodavam no seio do antigo sistema teórico, no seio do antigo horizonte de expectativas" (*Cf.* Popper, K.R. [115] p.?).

O critério de *falseabilidade* de Popper afirma que uma teoria para ser genuinamente científica deve ser faseável, isto é, passível de refutação pela experiência.[185] A refutabilidade é o critério de demarcação entre ciência e não-ciência. Com isso, "o ponto central a acentuar é o de que, se todos os possíveis estados de coisas se acomodarem a uma teoria, não haverá estado de coisas ou observação ou resultado experimental que possa ser oferecido como evidência confirmadora da teoria. Não haverá diferença observável entre o ela ser verdadeira e o ela ser falsa. Nesses termos, a teoria não veicula informação científica. Por outro lado, somente se houver alguma observação concebível capaz de refutá-la, será a teoria suscetível de teste. E somente se for suscetível de teste será científica". (*Cf.* Magee, B. [91] p.45) De acordo com Popper, boas teorias permanecem sempre desmentíveis, por mais confirmadas que estejam. É nesse sentido de acordo com ele que a mecânica de Newton, uma das mais importantes e bem sucedidas teorias científicas já formuladas, acolhida como verdadeira por quase duzentos anos por sua adequação ótima ao mundo observável, pela capacidade de previsão (como a existência de novos planetas) e por ser corroborada em inúmeras experiências, justificada também pelas contribuições tecnológicas, pôde ser refutada. A mecânica relativista neste caso mostrou-se mais adequada para certos fenômenos em que a física de Newton falhou.

Com efeito, gerações de cientistas aprenderam que as leis de Newton eram um fato definitivo sobre o mundo, e não passível de correções. O falseamento parece à Popper como uma oportunidade de se elaborar novas hipóteses, novas teorias que, de um lado, resistam a todos os testes pelos quais uma teoria refutada passou e, por outro lado, resista aqueles em que a teoria refutada não obteve êxito. Deste modo, toda evidência observacional que se mostrava de acordo com a teoria de Newton mostrava-se igualmente concordante com a de Einstein, abrangendo esta alguns aspectos a que a teoria de Newton não fazia alusão.

Dois aspectos merecem atenção a respeito das idéias de Popper, que nos ajudam a entender sua noção de progresso científico: primeiro, para ele o conhecimento tem

[185] Há de se notar que o esquema acima constitui uma simplificação. De acordo com Popper, a inexistência de fatos ou observações livres de teoria implica que não é sustentável a versão ingênua do falseacionismo ou refutacionismo por vezes atribuída a Popper. Para esse tipo de falseacionismo, uma teoria estaria indubitavelmente refutada quando os resultados observacionais (e/ou experimentais) fossem incompatíveis com alguma conseqüência da teoria. Entretanto, tal necessariamente não ocorre, pois o problema pode estar não na teoria, mas nas próprias observações ou experimentos. Todo nosso conhecimento é conjectural, inclusive as falsificações não se encontram livres de críticas, de tal sorte que nenhuma teoria pode ser dada como terminantemente ou demonstravelmente falsificada.

natureza provisória; segundo, Popper estabelece a noção de "verdade" como um ideal regulador. (*Cf.* Niiniluoto, I. [104] p.46)

Para Popper, o objeto da ciência é alcançar teorias sempre mais verossímeis, isto é, mais próximas da verdade. A ciência está em busca da verdade apesar de não haver critérios pelos quais se possa estabelecer que as proposições de uma teoria sejam verdadeiras. Ainda que, metodologicamente o avanço do conhecimento se dê por meio de refutações, o que a atividade científica pretende é a construção de teorias cujas proposições sejam verdadeiras. Assim, com já visto, uma teoria T_2 é mais adequada ou verossímil do que uma anterior T_1 quando todas as conseqüências verdadeiras de T_1 são conseqüências verdadeiras de T_2, quando as conseqüências falsas de T_1 são conseqüências verdadeiras de T_2 , e quando de T_2 é possível deduzir conseqüências não extraíveis de T_1. Desse modo, pressupondo que o conteúdo de verdade (as conseqüências verdadeiras) de duas teorias, T_1 e T_2 , sejam de alguma forma comparáveis, pode-se dizer que T_2 corresponde melhor aos fatos, ou seja, é mais próxima da verdade do que T_1 se, de um lado, o conteúdo de veracidade, mas não o conteúdo de falsidade de T_2 supera o de T_1 e, por outro lado, o conteúdo de falsidade, mas não o de verdade de T_1 supera o de T_2. Em outros termos, mesmo não havendo a possibilidade de demonstrar a verdade de uma dada teoria T_2 , algumas vezes se pode defender racionalmente que ela se aproxima mais da verdade que outra teoria T_1; tal como ocorre quando T_2 explica todos os fatos corroborados e problemáticos de T_1 e, além disso, os fatos sobre os quais T_1 não se pronunciava (T_2 tem, desse modo, um excesso de conteúdo informativo relativamente a T_1). Vale notar que a verdade como ideal regulador de Popper é a definição de verdade tal como estabelecida por Tarski. Nesse ponto é possível uma analogia com a noção de precisão de medida associada a teoria dos erros. Por exemplo, se pretendemos tomar uma barra de metal de *10 cm* de comprimento é possível construir tal barra com certa margem de erro, que dependerá dos instrumentos que dispomos no momento, entretanto, jamais poderemos obter sem qualquer dúvida (ou margem de erro) tal objeto e, mesmo que venhamos a obtê-lo, não poderemos definitivamente saber se obtivemos tal barra de metal. O que se pode saber é que temos (considerando nossos recursos técnicos) uma barra de metal de *10 cm* com considerável grau de precisão.

O conhecimento, de acordo com Popper, é de natureza provisória – permanentemente de natureza provisória. De forma alguma, para ele, é possível estabelecer de modo estável e, portanto, definitivo que o que "sabemos" sobre o mundo é verdadeiro. Assim, constitui um fato elementar da história do conhecimento humano que o admitido como absolutamente certo e não passível de revisão, demonstrou-se ao longo do tempo de fato falível e por vezes simplesmente errado. Para ele qualquer forma de proposição científica ou filosófica que procure demonstrar ou justificar nossa crença em uma teoria está fadada ao fracasso. O que se pode fazer, e que constitui empreendimento exeqüível e desejável, é justificar nossa preferência por uma teoria em detrimento de outra. É inteiramente errônea a percepção de que a ciência constitui um alforje em que as diversas épocas de sua história depositam verdades colhidas do mundo. Em ciência nada está definitivamente estabelecido, coisa alguma em sua estrutura é inalterável ou categórica. A ciência está na verdade em permanente mutação – mutação que não se processa por um simples acréscimo de novas certezas ao corpo de certezas já estáveis.

Cumpre-nos deixar claro que a abordagem das idéias de Popper conduzidas nesse capítulo não pretende ser de forma alguma exaustivas, e constituem antes um esboço sumário e fragmentado que visa tão somente fazer alguma referência ao modo como este autor talvez compreenda a noção de progresso científico. De qualquer forma, o seguinte quadro pretende sintetizar de algum modo nossas impressões até aqui sobre as conexões entre racionalidade e progresso científico[186]

Hume	As ciências empíricas se desenvolvem por processos indutivos e não-racionais
Carnap	As ciências empíricas têm caráter progressivo, e se desenvolvem por métodos indutivos e racionais.
Popper	As ciências empíricas têm caráter progressivo, e se desenvolvem por processos não-indutivos e racionais.

[186] Esse esquema encontra-se parcialmente em Stegmüller, W. [142] p. 358.

5.2. Notas sobre a crítica de Kuhn as tradições cumulativistas do progresso científico

> "History, if viewed as a repository for more than anecdote or chronology, could produce a decisive transformation in the image of science by which we are now possessed."
> (Kuhn, T.S., [83] p. 1)

> "Tem-se dito que toda a história é contemporânea. Consciente ou inconscientemente, projetamos sobre o passado, para o interpretarmos ou, simplesmente, para o descobrirmos, não só os nossos novos conhecimentos, mas também e sobretudo os nossos interesses presentes e os nossos recursos conceptuais do momento". (*Cf.* Blanche, R. [10] p.9)

Em flagrante oposição às tradições cumulativistas do desenvolvimento científico, sejam *verificacionistas* (Carnap), sejam *falibilistas* (Popper), a partir da década de 1960, críticas a concepção herdada da ciência foram deflagradas por teóricos interessados na história da ciência.[187] Particularmente se destaca neste cenário Thomas S. Kuhn em sua *Structure of Scientific Revolutions* (1962). Ele propõe uma nova forma de encarar o desenvolvimento científico, tanto pela crítica à historiografia tradicional da ciência, quanto pela recusa da epistemologia derivada o positivismo lógico. A partir de Kuhn tem-se uma mudança radical nos pressupostos fundamentais da História e Filosofia da ciência (*Cf.* Kuhn, T.S. [83] p.40). Ele começa atribuindo um novo papel para a história no quadro das perquirições epistemológicas ao afirmar: "se a história fosse vista como um repositório para algo mais do que anedotas ou cronologias, poderia produzir uma transformação decisiva na imagem de ciência que atualmente nos domina". (*Cf.* Kuhn, T.S. [83] p.1) Kuhn denuncia o que ele acredita ser uma dissociação entre as teorias científicas acabadas, oriundas dos clássicos ou dos manuais de ciência, a partir dos quais o cientista aprende seu ofício, e daqueles que emergem dos registros históricos da própria atividade de pesquisa. Assevera ele que "os historiadores da ciência, gradualmente e muitas vezes sem se aperceber completamente de que o estavam fazendo, começaram a se colocar novas espécies de questões e a traçar linhas diferentes, frequentemente não-cumulativistas, de

[187] Entre os quais merecem destaque, além de Kuhn, aqui discutido brevemente, Alexandre Koyré, N. R. Hanson, I. Lakatos, P. Feyerabend, S. Toulmin e L. Laudan.

desenvolvimento para as ciências".(*Cf.* Kuhn, T.S. [83] p. 3) Naturalmente seu projeto consiste numa reconstrução da atividade de pesquisa que, com auxílio de uma nova historiografia, desmistifique o que ele chama de estereótipo a-histórico dos produtos da ciência extraídos dos textos científicos.

Kuhn, sem dúvida, circula numa esfera terminológica radicalmente diferente dos filósofos tradicionais da ciência,[188] constituindo um verdadeiro divisor de águas no estudo sobre a ciência. Seu principal instrumento de investigação da ciência é a história, de tal sorte que em seus trabalhos comparecem termos como "revolução", "conversão", "comunidade", "mudança de *Gestalt*" entre outros, comuns a pesquisadores fora do escopo da epistemologia da ciência tradicional. De fato, tal terminologia parece muito mais comum a historiadores e sociólogos do que aos filósofos da ciência. Outro aspecto de destaque na obra de Kuhn é a relevância que ele dá a comunidade científica e a psicologia do cientista, mais do que aos produtos acabados do empreendimento científico.

As reflexões de Kuhn assinalam um momento de inflexão nas perquirições metacientíficas, de tal forma que sua influência se fez sentir posteriormente, colocando em primeiro plano questões conectadas a importância de estudos históricos e das determinações sociais nas construções teóricas (*Cf.* Díez, J & Lorenzano, P., [50] P.13-78). Efetivamente, sua terminologia (ciência normal, paradigma, incomensurabilidade) faz parte do debate filosófico que gira em torno do conhecimento científico presentemente, de tal sorte que se torna difícil tecer considerações sobre as relações entre progresso científico e racionalidade sem levar em conta suas contribuições.

Pode-se sintetizar o modelo de desenvolvimento científico kuhniano, pelo menos no que diz respeito a seus primeiros escritos, da seguinte forma: um período que ele chama de *ciência normal*, em que uma comunidade de pesquisadores trabalha em conformidade com um *paradigma*, marcado pela solução *puzzles*[189] (enigmas ou quebra-cabeças), e em que não há forte interesse em produzir grandes novidades; seguido de um período de *ciência extraordinária* marcada por *anomalias* (crise de paradigma) que desencadeiam

[188] A terminologia adotada pela postura historicista em filosofia da ciência (*paradigma* em Kuhn, *programa de investigação* em Lakatos e *tradição de investigação* em Laudan), sem embargo, é imprecisa. Por outro lado, o principal motivo para os empiristas lógicos para desenvolver uma filosofia formal da ciência foi justamente evitar um discurso metacientífico vago e impreciso. (*Cf.* Díez, J. & Lorenzano, P., [50] p.25)

[189] *Puzzle solving* – resolução de enigmas ou quebra-cabeças (estes termos serão usados aqui indistintamente)

revoluções científicas que culminam em ruptura radicais de paradigma das quais emerge um novo paradigma. Os paradigmas são *incomensuráveis*, isto é, intraduzíveis um nos outros. O esquema que segue procura resumir o modelo de desenvolvimento científico kuhniano:

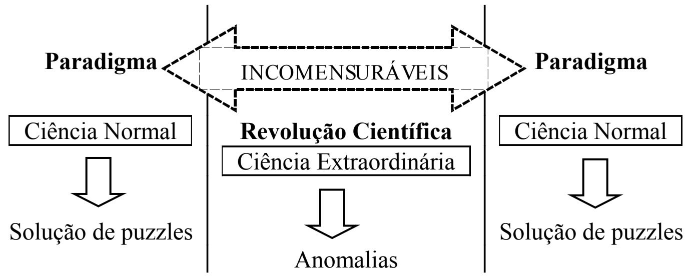

Figura 5.1.

Naturalmente, 'paradigma' constitui um conceito fundamental na elaboração teórica Kuhniana. Porém, esse conceito originalmente não é unívoco em Kuhn, por exemplo, Masterman (*Cf.* Masterman, M. [92]) aponta para ambigüidade do termo na primeira versão da *Structure*. Posteriormente, Kuhn procurou sanar as confusões encontradas na versão original de seu trabalho em um posfácio de 1969. (*Cf.* Kuhn, T.S. [83] p.174s)

Deste modo, o termo "paradigma", intimamente conectado a idéia de "ciência normal", deve ser entendido segundo o próprio Kuhn em dois sentidos diferentes. "De um lado, indica toda a constelação de crenças, valores, técnicas, etc..., partilhadas pelos membros de uma comunidade [científica] determinada. De outro, denota um tipo de elemento dessa constelação: as soluções concretas de *quebra-cabeças* que, empregadas como modelos ou exemplos, podem substituir regras explícitas como base para a solução dos restantes quebra-cabeças da ciência normal". (*Cf.* Kuhn, T.S. [83] p. 175 e Kuhn, T.S. [85] p.22-3) Ao primeiro sentido Kuhn associou a noção de "matriz disciplinar", querendo significar por "disciplinar" o que é partilhado pelos membros de uma comunidade, isto é, o que se refere a posse comum aos praticantes de uma disciplina científica particular, por outro lado, "matriz" significa que os elementos disciplinares são ordenados, concatenados num todo e hierarquizados em diversos níveis que caracterizam um elemento fundamental da atividade científica para Kuhn: o fato de serem ultra-especializadas.

A partir disso, Kuhn discute os principais componentes de uma matriz disciplinar que são: (a) as "generalizações simbólicas", que são aqueles componentes formais ou facilmente formalizáveis de uma matriz disciplinar. Alguns desses componentes podem ser encontrados na forma simbólica: $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{ma}$, outros, na forma de expressões da linguagem corrente: "a uma ação corresponde uma reação igual e contrária". De acordo com Kuhn são essas generalizações simbólicas que permitem aos membros de uma comunidade científica aplicar as poderosas técnicas de manipulação lógica e matemática no seu trabalho de solução de enigmas. (b) um segundo componente da matriz disciplinar, destacado por Kuhn, é o que ele chama inicialmente de "partes metafísicas dos paradigmas" ou, posteriormente, de "modelos" aceitos (acreditados) . Afirma ele: "tenho em mente compromissos coletivos com crenças como: o calor é a energia cinéticas das partes constituintes dos corpos; todos os fenômenos perceptivos são devidos à interação de átomos qualitativamente neutros no vazio ou, alternativamente, à matéria e à forças ou aos campos" (*Cf.* Kuhn, T.S. [83] p.184). (c) O terceiro elementos da matriz disciplinar descrito por Kuhn são constituídos por valores, ele faz notar que "provavelmente os valores aos quais os cientistas aderem com mais intensidade são aqueles que dizem respeito a predições: devem ser acuradas; predições quantitativas são preferíveis às qualitativas; qualquer que seja a margem de erro permissível, deve ser respeitada regularmente numa área dada; e assim por diante." (*Cf.* Kuhn, T.S. [83] p. 185). Porém, alguns valores como simplicidade, plausibilidade, coerência interna, poder explicativo, entre outros, são usados para julgar uma maior gama de teorias, em alguns casos, são partilhados amplamente por diferentes comunidades e com maior desenvoltura do que generalizações simbólicas ou modelos. Particularmente esses valores contribuem para a escolha de teorias rivais;[190] (c) Por fim, Kuhn discute um componente que ele considera basilar em sua noção de paradigma, e que denomina de "*exemplares*" . Exemplares são as soluções de problemas comumente encontrados nos manuais e em laboratórios que permitem ao cientista noviço aprender o ofício de cientista, em outras palavras, ingressar numa comunidade científica. Um exemplo apontado pelo próprio Kuhn (*Cf.* Kuhn, T.S.

[190] Na filosofia da ciência tradicional elementos como exatidão, consistência, simplicidade, alcance e fecundidade servem como critérios epistêmicos que permitem aos cientistas fazer escolhas racionais entre teorias rivais. Em Kuhn, entretanto, essas virtudes epistêmicas não funcionam como regras, mas sim com valores determinados por fatores subjetivos que permitem o desenvolvimento racional da ciência. Assim, para Kuhn, um cientista que abraça a um paradigma por julgá-lo mais consistente e outro que adere a um paradigma por considerá-lo mais promissor, estão ambos agindo de acordo com princípios epistêmicos; portanto, estão sendo racionais, apesar de terem tomado decisões conforme suas preferências pessoais. Em suma, Kuhn está apontando que a ciência é determinada pela mistura de critérios objetivos e fatores subjetivos.

[83] p. 188) é a aplicação da segunda lei de Newton $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ a problemas particulares em que é necessário isolar forças, massas e acelerações relevantes de tal sorte que o problema seja solucionado no quadro daquela generalização simbólica. Assim, por manipulações simbólicas é possível aplicá-la tanto a queda livre, de tal sorte que se tem:

$$m\boldsymbol{g} = m\frac{d^2\boldsymbol{x}}{dt^2}$$

Quanto no caso do pêndulo simples com:

$$m\boldsymbol{g}\ sen\theta = -ml\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Nota Kuhn: "O esboço de lei, digamos, $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ funcionou como uma ferramenta, informando ao estudante que similaridades procurar, indicando o contexto (*Gestalt*) dentro do qual a situação deve ser examinada. Dessa aplicação resulta a habilidade para ver a semelhança entre uma variedade de situações, todas elas submetidas à fórmula $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ ou qualquer outra generalização simbólica." (*Cf.* Kuhn, T.S. [83] p. 189). Segundo Kuhn, as relações de similaridade revelam-se nitidamente na história da ciência. Os cientistas resolvem *puzzles*[191] modelando-os de acordo com soluções exemplares anteriores.

Embora Kuhn ao longo de seu desenvolvimento intelectual tenha procurado articular melhor sua concepção original de 'paradigma', esse se tornou uma das pedras angulares de seu esquema teórico. Assim, o paradigma é responsável, entre outras coisas, pelo estabelecimento da pesquisa especializada, uma vez que reduz sobremaneira a quantidade inesgotável dos fatos que podem ser encontrados na natureza. Em outras palavras, o paradigma diz o que é significativo investigar de um ponto de vista científico.

[191] Kuhn cunhou o termo *Puzzle* (quebra-cabeças ou enigma), já incorporado ao jargão da filosofia da ciência, para designar os problemas significativos a serem solucionados pelos pesquisadores aderentes a um paradigma. Vale notar que a solução de *quebra-cabeças* serve, para testar a habilidade e engenhosidade de uma comunidade científica na solução de problemas. Além disso, um quebra-cabeça é uma categoria de problema (desafio) que deve além de conter regras para sua solução, também deve possuir uma solução assegurada que limita tanto a natureza das soluções admissíveis quanto os procedimentos para obtê-las.

É a partir da noção de paradigma, como caracterizado em linhas acima que aparentemente Kuhn deduz sua noção de ciência normal, cuja característica mais sobressalente é, então, a especialização (*Cf.* Kuhn, T.S. [83] p.24). Claramente, a ciência normal, ou pesquisa especializada, se estabelece a partir da adoção de um paradigma. A ciência normal alicerçada no paradigma institui o consenso entre os cientistas de tal sorte que não se discute quais fatos devem ser investigados, quais métodos devem ser utilizados e que soluções são aceitáveis. Em síntese, ao praticar a ciência normal os pesquisadores adotam uma postura usualmente conservadora, comportando-se de maneira mais ou menos consensual relativamente a questões de ordem metodológica, epistemológicas e ontológicas.

Vale frisar que Kuhn destaca três categorias de problemas que constituem o âmago da ciência normal e que em certa medida reforçam o caráter conservador da atividade científica como a cima tracejado: *(a)* determinação de fatos significativos, isto é, a ciência normal não tem por objetivo trazer à tona novas espécies de fenômenos; na verdade, de acordo com Kuhn aqueles fenômenos que não se ajustam ao paradigma usualmente não são negligenciados ou sequer vistos. "A ciência normal usualmente suprime novidades fundamentais, porque estas subvertem necessariamente seus compromissos básicos." (*Cf.* Kuhn, T.S. [83] p. 5). Para ele, os cientistas também não estão comprometidos usualmente com a formulação de novas teorias, mostrando-se freqüentemente avessos a novos empreendimentos teóricos; *(b)* harmonização dos fatos com a teoria, isto é, o esforço de uma comunidade científica de submeter à natureza aos esquemas relativamente inflexíveis fornecidos pelo paradigma constitui uma segunda classe de problemas para a ciência normal. (*Cf.* Kuhn, T.S. [83] p. 24) Assim, a construção de aparelhos especiais, alguns extremamente sofisticados ilustram o esforço e a engenhosidade que foram necessários para estabelecer um acordo cada vez mais estreito entre a natureza e a teoria. São exemplos disso, a máquina de Atwood, inventada para fornecer uma demonstração inequívoca da segunda lei de Newton, ou aceleradores de partículas, mais recentemente; *(c)* por fim, articulação da teoria com o paradigma consiste em resolver certos problemas da teoria como algumas de suas ambigüidades ou problemas não solucionados, e de tal sorte que ela se coadune com o paradigma. Isso permite sacar a idéia de progresso científico normal no estreito quadro do paradigma, daí sua importância para Kuhn. Algumas experiências, que tem a finalidade de articular a teoria com o paradigma, consiste na determinação de constantes físicas. A determinação da constante da gravitação universal por Cavendish no final do século XVIII, é um exemplo de articulação do paradigma newtoniano pela determinação de uma constante. Também a elaboração de leis quantitativas constitui outro esforço na articulação da teoria ao paradigma. Casos exemplares disso, segundo Kuhn, são a Lei de Coulomb sobre a atração elétrica e a Lei de Boyle que relaciona a pressão de um gás ao seu volume.

No desenvolvimento da história da ciência Kuhn observa que existem momentos nos quais as soluções de *puzzles* pela ciência normal desembocam em fracassos e uma constante dissonância entre a teoria e os fenômenos naturais que conduzem à mudança de paradigma. Ele aponta, como um caso típico de revolução científica, as limitações crescentes da astronomia ptolomaica que conduziram a um novo paradigma científico. Ele adverte que "o sistema ptolomaico, foi admiravelmente bem sucedido na predição da mudança de posição das estrelas e dos planetas. Nenhum outro sistema antigo saíra-se tão bem: a astronomia ptolomaica é ainda hoje amplamente usada para cálculos aproximados; no que concerne aos planetas, as predições de Ptolomeu eram tão boas como as de Copérnico. Porém, quando se trata de uma teoria científica, ser admiravelmente bem sucedida não é a mesma coisa que ser totalmente bem sucedida. Tanto com respeito às posições planetárias, como com relação aos equinócios, as predições feitas pelo sistema de Ptolomeu nunca se ajustaram perfeitamente às melhores observações disponíveis." (*Cf.* Kuhn, T.S. [83] p. 68) A solução de pequenas discrepâncias entre as observações disponíveis e o modelo teórico da astronomia ptolomaica constituía dessa forma num verdadeiro desafio a astronomia normal. Assim, durante algum tempo, os astrônomos dispuseram de inúmeros motivos para supor que aperfeiçoamentos da teoria seriam bem sucedidas na solução dessa espécie de quebra-cabeça (isto é, a harmonização dos fatos com a teoria, o esforço de uma comunidade científica de submeter à natureza aos esquemas relativamente inflexíveis fornecidos pelo paradigma – item *b* acima). "Mas, com o decorrer do tempo, alguém (...) poderia observar que a complexidade da Astronomia estava aumentando mais rapidamente que sua precisão e que as discrepâncias corrigidas em um ponto provavelmente reapareceriam em outro." (*Cf.* Kuhn, T.S. [83] p.68)

Deste modo, a partir dos constantes fracassos da ciência normal em produzir resultados desejados, os problemas, passam de simples quebra-cabeças, a ser afrontados como verdadeiras anomalias, que desembocam num estado de crise que Kuhn denomina de ciência extraordinária. Este período é marco pela emergência de um novo paradigma e, conseqüentemente, pelo desenrolar de uma nova ciência normal. Evidentemente para Kuhn esse processo de substituição de um paradigma por outro implica descontinuidade. Vale salientar que esse processo de ruptura é caracterizado por Kuhn pelo termo '*crise*' que designa um estado psíquico associado a grupos de pesquisadores. A comunidade científica nesse estágio vê-se incapaz de contornar as anomalias a curto ou longo prazo, de solucionar as anomalias ou enfrentar certas dificuldades usuais da ciência, um sentimento de impotência acaba contaminando a comunidade científica – essa sensação se alastra e aprofunda entre os especialistas na medida em que anomalias vão surgindo. Muitos são os sinais que caracterizam a emergência da ciência extraordinária, entre os quais dois se destacam: o primeiro é a manifestação explícita do desapontamento de pesquisadores frente à ciência normal. Outro aspecto é o fato de muitos cientistas passarem a se dedicar a discutir os fundamentos de suas teorias refugiando-se em discussões filosóficas.

A revolução científica se alastra por vezes de forma abrupta. O novo paradigma então surge não como um processo gradual, fruto do labor contínuo de pesquisadores dedicados à atividade crítica, a lógica, experimentação e cooperação mútua. Um paradigma se instaura como um fenômeno explosivo que via de regra nasce de cientistas não comprometidos com o velho paradigma. Afirma ele: "As revoluções científicas são os elementos desintegradores da tradição à qual a atividade da ciência normal está ligada". (*Cf.* Kuhn, T.S. [83] p.6)

Durante o processo de transição de paradigmas, ocorrem acirradas disputas entre cientistas adeptos de velho paradigma e os aderentes de um novo paradigma. Naturalmente, esses paradigmas rivais circulam, segundo Kuhn, em concepções de mundo distintas. Assim sendo, teorias novas que pretendem resolver anomalias em que anteriores apresentaram limitações são completamente incompatíveis com essas, não podendo teorias anteriores ser encaradas como caso-limite de novas teorias. O antigo e o novo paradigma não são comparáveis, e teorias que se sucedem por um processo revolucionário são "*incomensuráveis*"[192], incomunicáveis entre si, intraduzíveis uma na outra, chegando

[192] A respeito do termo 'incomensurabilidade' vale destacar a seguinte observação de Stegmüller: "Hoje, só de escutar a palavra 'incomensurabilidade', me vem à imaginação o templo dos dez mil Budas (ou, neste caso, o templo dos dez mil Marx do Prof. Sidney Hook). E não tenho mais a mínima ambição de levar 'a lei e a ordem' a essa entidade plena de esconderijos e contornos" (*Cf.* Stegmüller, W. [143] p. 92).

mesmo a se contradizerem. “Esse fato fica mais ou menos encoberto, porquanto a teoria nova se vale das *mesmas expressões* que eram usadas na teoria antiga. Mas a mecânica newtoniana, por exemplo, não pode ser vista como caso-limite da mecânica relativista, pois os conceitos de espaço, tempo, massa, energia, e assim por diante, significam, nesta última, algo diverso do que significavam na primeira. Não há, para tomar uma ilustração típica, na mecânica clássica, um análogo da formula de Einstein $E = mc^2$, que estabelece, na mecânica relativista, uma conexão entre massa e energia.” (*Cf.* Stegmüller, W. [142] p. 367) Claramente, para Kuhn, o processo de substituição de um paradigma por outro implica descontinuidade. Granger chega afirmar que a noção de incomensurabilidade altera profundamente o sentido do progresso científico substituindo-o pela idéia de uma descontinuidade radical. (*Cf.* Granger, G.G. [64] p. 102)

As críticas desferidas contra as idéias de Kuhn sobre a marcha do conhecimento científico foram imediatas, tendo sido acusado em diversas frentes, particularmente pelos popperianos, por apresentar uma imagem irracional do desenvolvimento científico. (*Cf.* Popper, K.R. [118], Lakatos, I. [86]) Naturalmente, parece “convicção generalizada, entre os críticos de Kuhn, que ele teria atribuído às ciências naturais e aos seus cultores uma atitude mais ou menos irracional”. (*Cf.* Stegmüller, W. [142] p.359) Porém, na verdade, Kuhn ao atenuar sua postura em elaborações posteriores, procurou defender a tese de que, embora, a ciência não se assente em fundamentos inabaláveis, constitui um empreendimento bastante sucedido de um ponto de vista de seus objetivos e, portanto, racional. Cabe então a questão: a final de contas no que consiste a racionalidade e o progresso científico para Kuhn?

Neste ponto torna-se imprescindível alguma reflexão sobre a noção de racionalidade para Kuhn, com o fito de aclararmos em que sentido a ciência progride para ele. Como não dispomos de espaço aqui para longas digressões; vamos nos contentar com um esboço sobre a questão, particularmente nos limitamos ao seguinte: as teses centrais de Kuhn podem ser postas em concordância com a idéia de que o empreendimento científico constitui uma atividade racional e progressiva? Em que sentido? Valem considerar aqui os pontos em que as duas formas de ciência, descritas por Kuhn, parecem adquirir nuances irracionais. No caso da ciência normal, o ponto de fulcro parece estar na aparente atitude *a-crítica* da comunidade científica, que age usualmente pelo consenso em sua faina na solução de *puzzles*. Sob a égide da ciência normal, certa comunidade científica não discute quais fatos devem ser investigados, quais métodos devem ser empregados ou quais soluções são aceitáveis. Isso, naturalmente, parece destoar num primeiro momento do que consideramos como uma das dimensões fundamentais da racionalidade cientifica, ou seja, sua *dimensão crítica*. No caso da ciência extraordinária, o debate entre um paradigma emergente e um velho paradigma, não ocorre pela clareza conceitual, a exatidão lógica dos argumentos ou, ainda, a escolha de uma, entre várias teorias rivais, não se efetua com base num *experimentum crucis*. Por exemplo, as divergências entre os aderentes do paradigma ptolomaico e dos copernicanos ou, o debate entre Einstein e os especialistas adeptos da física quântica, foram marcados pela tentativa de persuasão mútua, pela argumentação viciosa, em que cada parte procura mostrar ao seu interlocutor que o seu paradigma satisfaz os critérios que ele próprio estabeleceu, ao passo que o paradigma do opositor não satisfaz a tais critérios. Assim, observa Stegmüller "o retrato kuhniano da pesquisa extraordinária difere muito das descrições e análises feitas pelos filósofos da ciência tradicionais. Kuhn não fala de experimentos exatos, de observações neutras, de generalizações indutivas, de testes severos, de corroboração empírica, confirmação experimental, rejeição por força de melhor argumentação. Ao contrário, Kuhn trabalha com um aparato conceptual que, a rigor, esperaríamos ver adequadamente utilizado para descrever as revoluções religiosas". (*Cf.* Stegmüller, W. [142] p. 369)

É importante deixar claro que para Kuhn, a ciência é racional pela forma como progride e alcança seus objetivos, isto é, incrementar a capacidade de resolver enigmas que os paradigmas científicos estabelecem ao longo de seu desenvolvimento histórico. Para ele, a dois níveis de desenvolvimento científico (*Cf.* Kuhn, T.S. [84] p.13): durante o período de ciência normal e através de revoluções. Em ambos os casos, o objetivo primordial é incrementar a capacidade da ciência em resolver *puzzles*. (*Cf.* Niiniluoto, I. [104] p.97)

No caso da ciência normal, aparentemente, não há maiores problemas em explicar o progresso científico, já que na ciência normal o progresso é cumulativo, semelhante ao que se entende na visão tradicional. "A ciência normal produz os tijolos que a pesquisa científica adiciona para sempre ao estoque sempre crescente do conhecimento científico". (*Cf.* Kuhn, T.S. [84] p.13) Este incremento, segundo o próprio Kuhn, é fruto, entre outras coisas, da pesquisa altamente especializada, cujo traço típico e a resolução de enigmas (*puzzle solving*). Para ele é a restrição drástica da visão do cientista a áreas minúsculas de investigação associada ao outros fatores (como certo insulamento da comunidade científica a questões externas[193]) que permite o desenvolvimento da ciência normal. Assim, "Ao focar a atenção em uma faixa de problemas relativamente esotéricos, o paradigma força os cientistas a investigar alguma parcela da natureza em detalhes e de uma maneira tão aprofundada que de outra maneira não seria imaginável" (*Cf.* Kuhn, T.S. [83], p.24) – essa forma de investigação da natureza possibilita, igualmente, a solução de problemas que se mostraram realizações permanentes (*Cf.* Kuhn, T.S. [83] p.25) Dessa conta, vale lembrar que "os 'pesquisadores normais' estão longe de ser os dogmáticos de espírito tacanho, que Popper imaginou; são, ao contrário, pessoas que se apegam a um dado núcleo estrutural, utilizando-o, porém, com o objetivo de alcançar ampliações mais ricas e mais bem fundamentadas". (*Cf.* Stegmüller, W. [142] p. 376) Não se trata efetivamente de uma postura estritamente dogmática, mas de empenho a áreas muito restritas de investigação encapsuladas pelo rigor da pesquisa, cuja meta é a realização das promessas de um paradigma. Assim, relativamente ao horizonte paradigmático em que se encontra, um cientista pode perfeitamente ser crítico na acepção que delineamos este termo no capítulo três desse trabalho, (*Cf.*cap.3, p.127) embora essa atitude crítica dificilmente recaia sobre os pressupostos paradigmáticos, o que em última instância trás, segundo nosso ponto de vista, certa dificuldade em acomodar a ciência normal a dimensão crítica da racionalidade científica.

A noção de progresso através de revoluções, com rupturas e descontinuidades é bem mais complexo e difícil de assimilar, especialmente pelo fato de as teorias que se sucedem serem incomensuráveis, isto é, intraduzíveis umas nas outras. As revoluções científicas não preservam, segundo esse autor, nem as soluções oferecidas para os problemas pelo paradigma, nem mesmo os próprios problemas. Neste caso, não se trata de progresso associado à noção de verdade, conforme a percepção tradicional do progresso científico expresso em linhas precedentes. Kuhn advoga um desenvolvimento científico não-cumulativo. (*Cf.* Kuhn, T.S. [84] p.13) A noção de progresso em Kuhn se assemelha algo como evolução darwinista. Assim, "a proposta de Kuhn é no sentido de que

[193] Kuhn faz notar que um dos aspectos de destaque das comunidades científicas amadurecidas é o isolamento relativo a questões externas (isolamento que nunca ou quase nunca é completo, já que envolve a noção de grau). Afirma ele: "Em nenhuma outra comunidade profissional o trabalho criador é endereçado a outros membros da profissão (e por eles avaliado) de uma maneira tão exclusiva" (*Cf.* Kuhn, T.S. [83] p.164). Em outros termos, para ele o cientista usualmente não está preocupado com a aprovação de uma audiência externa a sua comunidade.

contemplemos a evolução do saber científico exatamente como os estudiosos darwinianos contemplavam a evolução da vida: como um processo de diferenciação em que os vários estágios isolados conduzem a uma compreensão mais pormenorizada e mais precisa da Natureza, mas não como um processo que evolui para atingir um bem determinado e legítimo fim último, a saber, a verdadeira compreensão da Natureza". (*Cf.* Stegmüller, W. [142] p. 385). A evolução da ciência não é um processo que se desenvolve segundo um determinado fim – a busca da verdade (não é teleológica). Ao progredir através de revoluções a ciência nada mantém, mas incrementa sua capacidade de resolver problemas, torna-se mais apta. A história da ciência não é ou não deve ser vista como a história de representações da natureza cada vez melhores e, portanto, mais verdadeiras, mas tão somente um aumento da capacidade de resolver problemas. Nas palavras do próprio Kuhn: "I do not doubt, for example, that Newton's mechanics improves on Aristotle's and that Einstein's improves on Newton's as instruments for puzzle-solving". (*Cf.* Kuhn, T.S. [83] p.206)

Ao que tudo indica, Kuhn se propõe ampliar a noção de racionalidade. Assim, por um lado, embora racionalidade não deixe de envolver logicidade, por outro, a racionalidade não se reduz a este aspecto, mas é também instrumental, e esta associada ao incremento da capacidade de resolver enigmas. Essa 'racionalidade instrumental' inclui tanto aspectos lógico-argumentativos, quanto não argumentativos relacionados a valores compartilhados pela comunidade científica. Portanto, poderíamos dizer que para ele, a racionalidade científica não se reduz as proposições do empirismo, nem a alguma forma de justificação lógica dedutiva ou indutiva. A racionalidade da ciência envolve outra dimensão, é uma "racionalidade instrumental" e relativa a um conjunto de fins e valores admitidos pela comunidade científica, isto é, se desdobra em aspectos que escapam a fatores estritamente cognitivos.

Para finalizar vale deixar claro, a nosso leitor, que exposição precedente a propósito das idéias de Kuhn não almeja de forma alguma ser completa, mas tão somente destacar alguns pontos, particularmente de sua exposição original, que levantaram polêmica a respeito da racionalidade e do progresso científico. Cumpre notar, de mais a mais, que a complexidade e as múltiplas interpretações já traçadas a respeito das idéias de Kuhn, tanto por seus adeptos quanto por opositores, é por demais abrangente e, por vezes, contraditória para que possamos aqui analisar a contento. Fica de qualquer forma registrada sua tese de um desenvolvimento da ciência não-cumulativo (por revoluções) e descontínuo, e que suas idéias apontam de forma razoável para o fato de que muitos elementos não-racionais intervêm na marcha do conhecimento científico, que para ele não se pauta pela busca da verdade ou uma aproximação continua da verdade.

Vale advertir ainda a respeito de duas importantes dimensões da mudança científica que merecem ser destacadas: as mudanças conceituais e estruturais. Assim, a formulação de uma nova teoria *T'* envolve a introdução de novos conceitos (como o de *massa* na Mecânica Relativística que se distingue da de *massa* na Mecânica Clássica) para dar conta de fenômenos empíricos; e este processo conduz usualmente a reformulações substantivas na estrutura conceitual de uma teoria anterior, digamos *T.* (Mecânica Clássica) Em conseqüência, a estrutura usada na formulação da teoria *T* é substituída por uma nova estrutura. Desde o trabalho original de Kuhn, este fator torna-se crucial na agenda de qualquer abordagem da mudança científica. (*Cf.* Bueno, [17])

5.3. Racionalidade, quase-verdade e dinâmica de teorias.

> "When Newton's mechanics was superseded by relativity theory, most physicists said that although Newton's theory was, strictly speaking, false, in any case it was a good approximation to the truth at least in some situations"
> (Mikenberg, I. *et al.* [95] p. 202)

> "Mas a história comprova que toda teoria científica encerra algo de verdadeiro: a mecânica newtoniana, embora superada pela de Einstein, evidentemente contém traços de verdade; restringindo-se de maneira conveniente o seu campo de aplicação, ela funciona, prevê, e, portanto, tem que conter uma parcela de verdade."
> (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p. 231)

Do que até aqui foi aventado neste capítulo, pode-se concluir que uma clarificação da noção de progresso científico não constitui uma empreitada trivial, especialmente quando temos em mente aqueles casos em que uma teoria é suplantada por outra. Desta conta, a desconcertante falta de êxito, na análise e explicação da marcha da ciência poderia conduzir a fatídica conclusão de que não há remédio, se não capitular frente aqueles que negam a racionalidade e o caráter progressivo da atividade científica.

Claramente, podemos afirmar que dentre as tarefas mais importantes, e possivelmente uma das mais difíceis para a filosofia da ciência, é a de esclarecer as noções de racionalidade e progresso científico. Vale a pena aqui tracejar algumas linhas a propósito da noção de progresso científico para Newton da Costa, que embora certamente não seja a última palavra a respeito dessa questão, trás alguma contribuição de relevo a este problema segundo nosso ponto de vista.

Para da Costa, o câmbio de teorias está intimamente relacionado ao progresso da ciência, que para ele pode ser vislumbrado particularmente em duas frentes, uma tecnológica e outra epistêmica. (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p.208)

De um ponto de vista do incremento tecnológico, a ciência, para nosso autor, tem caráter evidentemente progressivo. Ele lembra que a história da medicina constitui exemplo de como o progresso científico possibilitou o acréscimo de tecnologias (como o raios-X e os antibióticos) que resultaram na solução de problemas de certas áreas dessa atividade. (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p.208) Nesse sentido a racionalidade científica (quanto referida à sua aplicação prática) parece constituir-se de um caráter instrumental. Porém, advertimos que se seu caráter progressivo não se restringe a este aspecto, dado que esta restrição poderia produzir uma imagem caricata da racionalidade científica e miopemente utilitarista de seu desenvolvimento. Desse modo, podemos dizer que o progresso científico não é apenas aplicado, prático ou técnico. Segundo da Costa, "temos atualmente uma visão bem mais perfeita do universo: movimento da Terra em torno do Sol, mecânica celeste, relatividade geral, buracos negros, caos clássico, expansão do universo, teoria dos quanta, etc." (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p.208), o que nos conduz ao segundo aspecto do progresso científico: o epistêmico.

A questão então se translada para o problema de como explicar o câmbio de teorias e a evolução da ciência de um ponto de vista da espécie de conhecimento que pretende a ciência.

Neste ponto, chegamos a poder mencionar, ainda que sem o devido detalhamento, a uma contribuição fundamental da compreensão de ciência de Newton da Costa, a saber, o de que, o processo de suplantação de teorias científicas não consiste na refutação de teorias, como pensava Popper, nem em rupturas ou revoluções como advogou Kuhn, mas na confirmação de teorias a particulares domínios de aplicação. Segundo da Costa, uma teoria *T* originalmente arquitetada com o fito de ser aplicada a um domínio *D* que seja o mais amplo possível, acha-se suplantada, ou em vias de suplantação, quando já não se aplica amplamente a todo o domínio que originalmente pretendia cobrir, mas restringe-se a um subdomínio *D'* ($D' \subset D$) com relativa precisão.

Com efeito, é interessante notar que a mecânica newtoniana embora não seja adequada, ou não dê conta de determinados fenômenos, continua sendo usada em diversas situações ordinárias, tais como na descrição dos movimentos planetários, no estudo de satélites artificiais, e em questões onde as velocidades não sejam próximas à da luz ou que não envolvam corpos extremamente massivos, caso em que aparecem efeitos relativísticos.

Evidentemente, é fato sobejamente conhecido que a mecânica de Newton, uma das teorias científicas mais bem sucedidas, após quase dois séculos de sucesso, foi suplantada pela mecânica relativística, em parte devido às análises de Einstein de categorias como espaço e tempo. Vale notar, porém, que a teoria da relatividade não refuta por completo a mecânica de Newton (aliás, ela nasce de considerações sobre essa), que continua perfeitamente satisfatória nos limites experimentais em que já havia sido corroborada. Além disso, essa teoria, mesmo presentemente, continua sendo investigada, e progressos têm sido realizados em seu escopo. Na verdade, certas proposições teóricas não morrem em definitivo. Assim, podemos dizer que a mecânica newtoniana, embora não seja "verdadeira" no sentido da teoria da correspondência, é "quase-verdadeira" na acepção delineada no capítulo anterior. Vale lembrar que a previsão da existência do *neutrino* em 1931 por Pauli, estava baseada na terceira lei de Newton, que se mostra válida, entre certos limites, mesmo no quadro da física de partículas.

Por abuso de linguagem, podemos afirmar que uma teoria *T* é quase-verdadeira num determinado domínio Δ se as coisas se passam em Δ como se *T* fosse verdadeira no sentido da teoria da correspondência, em outras palavras, *T* salva as aparências em Δ.

Assim sendo, as boas teorias, aquelas já convenientemente corroboradas em dado campo, jamais vão deixar de ser quase-verdadeiras, sendo abandonadas, não propriamente por motivos relacionados à sua quase-verdade, mas, sobretudo por questões de índole pragmática, como simplicidade (especialmente matemática), congruência com outras teorias, poder de sistematização, estéticos, etc. Destarte, abandonou-se o sistema de Ptolomeu devido a fatores pragmáticos, embora seja quase-verdadeiro, isto é, o sistema de Ptolomeu é ainda válido quando nos limitamos a observações simples, mesmo com aparelhos rudimentares.

A idéia central é de que as teorias científicas não precisão ser verdadeiras *tout court* para serem boas teorias, mas tão somente quase-verdadeiras. Assim, no câmbio de teorias científicas, via de regra, alguma coisa da estrutura se perde, já que tipicamente a estruturas teóricas de que dispomos, captam apenas parcialmente o domínio que se propõe investigar. O que temos de fato é que apenas partes da estrutura de uma teoria original são preservadas no câmbio de teorias.

Seria possível capturar formalmente a intuição por trás afirmação precedente? Em termos da abordagem de estruturas parciais uma resposta positiva a esta questão é perfeitamente possível. A idéia de que uma *estrutura parcial* no câmbio de teorias é preservada pode ser formalmente representada por um *isomorfismo parcial* entre as estruturas de uma teoria original *T* e uma nova teoria *T'*. [194] Mais formalmente, se temos duas estruturas parciais $S_1 = \langle \Delta, R_i \rangle$ e $S_2 = \langle \Delta', R_i' \rangle$, (onde $R_i = \langle R_i^1, R_i^2, R_i^3 \rangle$ e $R_i' = \langle R_i'^1, R_i'^2, R_i'^3 \rangle$ são relações parciais, por exemplo, binárias) diz que a função $f : \Delta \to \Delta'$ é um isomorfismo parcial entre S_1 e S_2 se (i) f é bijetora, e (ii) para todo $x, y \in \Delta$, $R_i^1 xy \leftrightarrow R_i'^1 f(x) f(y)$ e $R_i^2 xy \leftrightarrow R_i'^2 f(x) f(y)$. (Assim, se os terceiros componentes R_i^3 e $R_i'^3$, são vazios – isto é, quando consideramos estruturas totais – obtem-se a noção usual de isomorfismo). (*Cf.* Bueno, O. [17] p.5)

Notadamente, a noção de isomorfismo parcial, aqui apenas bosquejada, pode ser usada para prover uma abordagem de como se preservam estruturas parciais no câmbio científico, dessa forma acomodando uma importante dimensão da atividade científica. Por

194 Estamos aqui considerando o que já expomos sobre estruturas parciais no capítulo anterior (*Cf.*cap.4)

exemplo, não há contraparte da mecânica relativística de Einstein na mecânica clássica. Porém, certas noções da mecânica clássica são de algum modo, preservadas (ou reencontradas sob certos limites) na mecânica relativística. Os componentes R_i^1 e R_i^2, que já possuíam constatação empírica no domínio Δ em que foram amplamente corroboradas, são preservados, por meio de isomorfismo parcial, na teoria de Einstein, mantendo-se permanentemente quase-verdadeiras ao longo da história da ciência.

Nas palavras de Bueno: "The partial structure preservation accommodates two dimensions of scientific change: structural and conceptual change. The existence of structure change after a scientific revolution is straightforwardly described in terms of the partiality of the isomorphism that holds between the models of the theories under consideration. As noted above, some structure is typically carried over in scientific change, but some is inevitably lost. Conceptual change, on the other hand, is usually associated with structure change. With the introduction of new structure, new concepts are formulated. These concepts are then used to explore the domain of the new theory after the scientific revolution". (*Cf.* Bueno, O. [17] p.5)

Confessadamente, não se deve deixar de considerar no processo evolutivo do conhecimento científico, aspectos psicológicos, sociais e econômicos.

É de interesse neste caso referenciar como a psicologia do cientista intervém nas descobertas. A psicologia do investigador tem, sem sombra de dúvida, importância capital para o surgimento de idéias revolucionárias. Assim, fatores heurísticos contribuem em grande porção para o progresso científico. Interessam, nesse ponto especificamente, os processos heurísticos que percorrem uma multiplicidade de caminhos, em que interfere desde aspectos educativos, o incentivo marcado pelos contatos sociais, o empenho desempenhado nas tarefas da investigação científica até dimensões emocionais. Vale lembrar que "a didática e, em geral a pedagogia referentes ao ensino de matérias científicas não podem ser olvidadas pelos educadores, administradores e políticos. Em certos casos, as tendências psicológicas, em dado momento histórico, facilitam ou impedem o desenvolvimento desta ou daquela disciplina e, até, de erros crassos". (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p.214)

Também não se pode deixar de citar a intervenção dos aspectos sociais, econômicos e políticos relativos ao conhecimento científico. A ciência é elemento da produção cultural humana e, portanto, não está isenta de elementos sociais, isto é, não é uma torre de marfim para além dos fatores em que intervêm os complexos mecanismos de produção econômica (como o financiamento de pesquisas), ou das instituições sociais (como a educação escolar). De fato, as pressões sociais, por vezes, interferem fortemente no quadro da pesquisa científica. Este é o caso, por exemplo, da física, particularmente da física nuclear, no chamado período da guerra fria, que chegou, em alguns casos, a ser considerada questão de segurança nacional, ou da engenharia genética, presentemente, vista por uns com desconfiança, e por outros, como panacéia a muitas moléstias que assolam o homem.

Claramente, a intervenção de fatores sociais, por vezes, produz situações singulares na história da ciência. Este é o caso, já lembrado por nós, dos raios *N* de Blondlot, que em 1903 anunciou a descoberta uma nova forma de radiação emitida por diversas fontes. Dada a reputação de Blondlot, diversos cientistas acreditaram em sua "descoberta", que só foi questionada posteriormente por pesquisadores, supostamente, mais cuidadosos com o rigor da investigação científica. Outro caso, mais recente, e que merece ser lembrado, é o de Alan Sokal em sua publicação "*Transgressing the Boundaries Toward a Transformative Hermeneutics of Quantum Gravity*". [195]

Os fatos acima deixam manifesto que a ciência não se reduz a dimensão estritamente cognitiva e uma racionalidade isenta de obstáculos não-racionais. Assim, vale concluir que "fatores psicológicos, sociais e econômicos desempenham papel de relevo na história da ciência. Mas parece claro que [muitos aspectos da produção científica] se afiguram entre limites amplos, independentes desses condicionantes parciais. A teoria da ciência – lógica, metodologia e epistemologia – pode ser cultivada colocando-se entre parênteses esses fatores. Aliás, a dimensão lógico-formal da ciência mostra-se praticamente fora do alcance das variações psicológicas, sociais e econômicas, por motivos óbvios". (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p.216) E emenda da Costa: "No momento, [...] a análise da ciência e

---

[195] (Transgredindo Fronteiras: Em direção a uma Hermenêutica Transformativa da Gravidade Quântica). Nesse artigo, o autor constrói propositadamente um texto repleto de argumentações infundadas e sem sentido, usando incorretamente conceitos da física e da matemática na tentativa de elucidar temas sociológicos ou filosóficos. A intenção do autor foi colocar em questão não somente a falta de rigor dos editores da revista, mas principalmente, a de toda uma corrente do pensamento, em especial aquela baseada no relativismo cognitivo que propõe pensar as teorias científicas e a realidade como meras construções sociais.

de sua história confirmam que algo se mantém: certas *quase-verdades*, sistemas conceituais um tanto abstratos (sistema de Ptolomeu, estática de Arquimedes, geometria de Euclides, mecânica clássica, química de Lavoisier e outros). Por isso, a ciência é cumulativa, módulo metamorfoses profundas, reiteradas vezes paradigmáticas, pretendendo chegar a invariantes no fluxo universal. (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p.216)

É fundamental perceber aqui as relações entre quase-verdade e a dinâmica de teorias para compreender então como progride a ciência. Para da Costa, a evolução da ciência não ocorre por 'quebra de paradigmas' ou rupturas, como propunha Kuhn, mas na confirmação dessas teorias particulares domínios de investigação. A propósito vale lembrar o que escreveu Poincaré citado por Newton da Costa: "sem dúvida, à primeira vista, as teorias nos parecem frágeis e a história da ciência nos demonstra que são efêmeras; no entanto, não morrem completamente, e de cada uma delas subsiste alguma coisa" e o pensador francês ainda ajunta: "Pouco importa que o éter exista realmente; este é um tema para os metafísicos. O relevante para nós é que tudo ocorra como se ele existisse, e que esta hipótese se mostre cômoda para a explicação dos fenômenos" (*Cf.* da Costa, N.C.A. [29] p. 43). Não se trata tão somente de incrementar a capacidade da ciência em resolver problemas, mas também de produzir proposições quase-verdadeira, como um elemento fundamental da racionalidade científica.

Incontestavelmente Poincaré tem certa razão ao afirmar:

> "Or, nous la voyons [la sciense] chaque jour agir sous nos yeux. Cela ne pourrait être si elle ne nous faisait connaitre quelque chose de la réalité; mais ce qu'elle peut atteindre , ce ne sont pas les choses elles-mêmes, comme le pensent les dogmatistes naïfs, ce sont seulement les rapports entre les choses; en dehors de ces rapports, il n'y a pas de réalité connaissable. (*Cf.* Poincaré, H. [112] p.4)

Considerações Finais

Ao longo desse trabalho, procuramos escrutinar duas questões a propósito da racionalidade científica, tendo por pano de fundo as idéias do lógico brasileiro Newton da Costa. A primeira questão, relativa as inconsistências comumente encontradas tanto na atividade científica como em seus produtos. A segunda, relacionada as noções de progresso científico, racionalidade e verdade. Os diversos argumentos em prol de uma concepção de racionalidade mais ampla e flexível, que podem ser encontrados ao longo do texto, são sintetizados agora em algumas poucas observações finais.

A racionalidade foi aqui definida, em sentido amplo, como tudo que se compatibiliza com a razão. A razão, por seu turno, compreendida como a faculdade do pensamento discursivo, que se articula em conceitos, juízos e inferências. Mesmo quando a inspiração ou a intuição fornecem, num primeiro momento, a base para certos juízos, é a razão em última instância que julga e manipula conceitos. Desse modo, o conhecimento racional, particularmente o científico, constitui-se em conhecimento conceitual: procuramos compreender os fenômenos que nos cercam por meio de conceitos, alguns muito gerais, ditos categorias, traçando como que sistemas de coordenadas, que nos permite melhor adaptarmos ao contorno. Assim, teorias científicas talvez possam ser entendidas, sob certo aspecto, como redes conceituais que lançamos sobre os fenômenos com vista, entre outras coisas, a compreensão do mundo.

Como nos faz ver da Costa, na constituição de certas categorias e princípios, usualmente levamos em conta diversos aspectos, entre os quais, o fato de os objetos ordinários permanecerem aparentemente, de algum modo, idênticos a si mesmo com o passar do tempo, ou de não poderem ter e não ter determinada propriedade nas mesmas circunstâncias. Assim, é a partir de nossas interações intuitivas com os fenômenos, que algumas de nossas primeiras sistematizações racionais foram possíveis, por exemplo, a geometria euclidiana como por nós aludida, a mecânica de Newton e mesmo a lógica tradicional. Podemos mesmo arrazoar que determinadas categorias que norteiam a atividade científica, como, por exemplo, as de objeto, propriedade e relação, são sugeridas, de um lado, pela experiência e, por outro, pela nossa constituição neurofisiológica. Nessa perspectiva, razão e experiência se completam e interferem profunda e permanentemente no processo de constituição do conhecimento. Seguramente a experiência, em última instância, contribui para legitimar as normas ou princípios da racionalidade, que, como procuramos demonstrar, podem variar com a evolução do conhecimento.

Vale destacar que, desde os gregos antigos, particularmente com Aristóteles, considerado o primeiro sistematizador da lógica, tem-se dito que um dos requisitos mínimos à racionalidade e quiçá o mais fundamental, é o princípio de não-contradição. Como é bem sabido, na lógica clássica, de uma contradição pode-se deduzir qualquer coisa, isto é, a contradição trivializa. Usualmente, no que diz respeito à racionalidade da ciência, especialmente das ciências dedutivas, as inconsistências, como, por exemplo, o paradoxo de Russell; foram entendidas como manifestações de irracionalidade, comumente consideradas males a ser erradicados do corpo da ciência a qualquer custo. Assim, esse princípio foi reiterado ao longo da tradição intelectual do Ocidente, como pedra angular de tudo o que é racional tanto por filósofos, entre os quais Leibniz e Kant, quanto por matemáticos, como Hilbert, que advogou a consistência como requisito fundamental de existência em matemática. Claramente, as leis da lógica tradicional foram, via de regra, encaradas como leis invariáveis, absolutamente independentes do tempo, lugar, desenvolvimento cultural e quaisquer outras circunstâncias. A lógica clássica por seu turno foi concebida como elemento inerente à racionalidade.

O advento de lógicas não-clássicas, particularmente da lógica paraconsistente, associada a outras alterações profundas no quadro da ciência, especialmente da física e matemática, reivindicam uma nova postura frente as contradições. Estas quando manifestas no contexto científico não podem ser mais simplesmente vistas como manifestações de irracionalidade. Por exemplo, para fixar nosso ponto de vista, frente ao paradoxo de Russell, podemos proceder de duas maneiras: (a) aceitar a lógica elementar clássica e restringir-se alguns princípios intuitivos da teoria de conjuntos (trata-se das soluções clássicas); ou (b) recorrer a uma lógica paraconsistente e edificar teorias paraconsistentes de conjuntos em que o conjunto de Russell existe. Tais teorias são inconsistentes, embora aparentemente não triviais. Evidentemente essa última postura permite vislumbra resultados não alcançados pelas soluções convencionais.

Certamente a lógica paraconsistente, segundo da Costa, constitui sob determinados aspectos um prolongamento da lógica clássica: muitos sistemas paraconsistentes são obtidos a partir da lógica clássica com o fito de capturar novos aspectos da logicidade. Porém, nada impede que se interpretem diversos sistemas paraconsistentes como rivais da lógica clássica. Dessa conta, esses sistemas paraconsistentes ao mesmo tempo em que contém a lógica clássica como caso particular, também vão além, ampliando o domínio da logicidade em novas frentes, liberando a razão de vínculos que lhe foram impostos pela tradição. Tais sistemas lógicos são instituídos independentemente da lógica clássica, sendo mais fortes do que ela, pois vão além de suas fronteiras ao incorporarem teorias paraconsistentes. Estabelecem uma dialetização profunda da lógica tradicional, mostrando que ela não é de nenhuma forma absoluta e irretorquível.

Mais contundentemente, se constata aqui que a história da ciência corrobora, que o conhecimento científico se acha permanentemente comprometido por contradições. Disso se conclui: a ciência ocasionalmente se encontra envolvida com inconsistências, o que permite atestar que a paraconsistência se afigura melhor adequada presentemente a sistematização de muitos aspectos da racionalidade científica.

Outro desafio a racionalidade da ciência, aqui discutido, diz respeito à dinâmica de teorias e a verdade pretendida pelo conhecimento científico. Sem dúvida, à primeira vista, as teorias parecem ser frágeis, e a história da ciência comprova sua volatilidade. Entretanto, como procuramos deixar patente, as teorias não são refutadas em definitivo; permanecem sempre *quase-verdadeiras*, na acepção em que ao longo do trabalho delineamos. Assim, a história da ciência (e também de sua racionalidade) não se processa por rupturas ou refutações, mas no confinamento de teorias a particulares domínios de investigação. A ciência é melhor caracterizada pelo constante processo investigativo do que etapa adquirida, sendo que suas categorias fundamentais modificam-se permanentemente com o passar do tempo. Evidentemente também a lógica vai se constituindo através da história não transcendendo as vicissitudes de sua evolução.

Vale lembrar que, as categorias racionais subjacentes à física newtoniana são bastante distintas da física relativística e quântica e, da mesma forma, a matemática presentemente se afigura do ponto de vista de suas categorias subjacentes, bastante afastada de uma racionalidade hirta de outrora. O que nos permite concluir o caráter dinâmico da razão científica.

Naturalmente é conseqüência do posicionamento filosófico delineado nesse trabalho, a historicidade da razão. Isso inevitavelmente impõe a questão: há alguma constantante nas transformações da razão? Existe algo invariante no fluxo de sua história? Nossa resposta é positiva e acompanha as perquirições de da Costa, para quem a dinâmica da racionalidade se estabelece por princípios pragmáticos. Assim, se constata, por exemplo, que não parece ser concebível um contexto racional totalmente destituído de certa sistematização. Pertence à natureza mesma da razão, de nosso ponto de vista, a utilização de uma lógica: a atividade racional se regula por cânones mais ou menos explícitos. Também tudo indica que não há racionalidade se várias lógicas forem usadas no mesmo contexto de modo caótico. Por fim, em cada situação enfrentada pela razão, recorre-se, em conformidade com as teses aqui arroladas, a lógica que melhor se adapte ao contexto. A atividade mesma da razão parece fortemente apontar para os princípios de sistematização, unicidade e adequação de da Costa.

As indicações precedentes deixam claro que não parece ser possível codificar a razão de uma vez por todas. Na verdade, defendemos que a razão, como procuramos caracterizar ao longo desse trabalho, funciona de maneira muito mais flexível do que pressupunham os filósofos antes dos recentes desenvolvimentos da ciência e, especialmente da lógica.

Enfim, Granger parece sintetizar como entendemos a dinâmica da racionalidade científica na expressão:

> "Ainsi la science progresse-t-elle par dépassements successifs des formes périmées de la raison" (*Cf.* Granger, G.G. *La Raison*, p.63)

"O caminho dos paradoxos é o caminho da verdade"
(Oscar Wilde)

Bibliografia

[1] Aristóteles. *Metafísica.* Madrid, Gredos, 1998.

[2] Arruda, A. I. *N. A. Vasiliev e a Lógica Paraconsistente*. Campinas. Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, 1990.

[3] Arruda, A. I. *Considerações sobre os Sistemas Formais NF_n.* Curitiba, Tese de Doutoramento. 1964.

[4] Bachelard, G. *Le Nouvel Esprit Scientifique*. Paris, Presses Universitaires de France, 2003.

[5] Barker, S. F. *Filosofia da Matemática*. Rio de Janeiro. Zahar, 1969.

[6] Bazhanov, V. A. *Imaginary Geometry of N. I. Lobachevsky and Imaginary Logic of N.A. Vasiliev.* In: Modern Logic, v.4, n.4 p.148-156. 1994.

[7] Benda, J. *La Crise du Rationalisme*. Paris. Éditions du Club Maintenant. 1949.

[8] Bergstrom, L. *Rationality in Science*. In: Studies in the Foundations of Science and Ethics, ed. By Hilpinen, Dordrecht Reidel. 1980.

[9] Black, Max. *Justificação da Indução.* In: Morgenbesser, S. (Org.) Filosofia da Ciência., p.219-230, 2ed, São Paulo, Cultrix, 1975.

[10] Blanche, R. *História da Lógica de Aristóteles a Bertrand Russell.* Lisboa, Edições 70, 1985.

[11] Birkhoff, G. & Von Neumann, J. *The Logic of Quantum Mechanics*. In: Birkhoff, G. Selected Papers on Algebra and Topology. Birkhäuser, 1987.

[12] Bobenrieth, A. M. *Inconsistencias ¿Por qué no? Un estudio filosófico sobre la lógica paraconsistente.* Bogotá, Cocultura, 1996.

[13] Boyer, C. B. *A History of Mathematics*. New York. Wiley. 1968.

[14] Bronowski, J. & Mazlish, B. *A Tradição Intelectual do Ocidente.* 3 ed., Lisboa. Edições 70. 2002.

[15] Bueno, O. & da Costa, N.C.A. *Quasi-Truth, Paraconsistency, and the Foundations of Science.* In: Pré-Pub. Dep. Fil. UFSC. Ano IX, n.6, abril/2004.

[16] Bueno, O. & da Costa, N.C.A. *Paraconsistência e Racionalidade.* Florianópolis. Texto inédito a parecer.

[17] Bueno, O. *Scientific Change and Partial Structures.* (forthcoming), to appear in Synthese.

[18] Bunge, M. *Racionalidad y Realismo*. Madrid, Alianza. 1985.

[19] Cantor, G. *Contributions to the Founding of the Theory of Transfinite Numbers.* New York. Dover Publications. 1955.

[20] Carnap, R. *The Logical Structure of the World and Pseudoproblems in Philosophy.* New York, Open Court Publishing. 2003.

[21] Castro, E. V. de. *A inconstância da Alma Selvagem e outros ensaios de antropologia*. São Paulo. Cosac Naify. 2002.

[22] Church, A. *Set Theory with a Universal Set.* In: Proceedings of the Tarski Symposium, v. XXV, 1971.

[23] Cohen, I. B. *O Nascimento de uma nova Física*. Lisboa. Gradiva. 1988.

[24] Cole, K. C. *Primeiro Você Constrói uma Nuvem: e outras reflexões sobre a física em nosso cotidiano*. São Paulo. Record. 2007.

[25] Cupani, A. O. *Compreendendo melhor a Racionalidade da Ciência.* In: Pietrocola, M. & Freire, O. (Org.) Filosofia, Ciência e História. São Paulo, Discurso. 2005.

[26] D'Ottaviano, I. M. L. *Sobre o Infinitésimo e o Cálculo Diferencial Paraconsistente de*

da Costa. In: Revista Eletrônica de Informação e Cognição. 2005.
[27] da Costa, N.C.A. & Wolf, R. G. *Studies in paraconsistent logic I: The dialectical principle of the unity of opposites*. Philosophia, (Philosophical Quarterly of Israel) v.9, n.2, p. 189-217, 1980.
[28] da Costa, N.C.A. *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica*. São Paulo, Hucitec/ Edusp, 1980.
[29] da Costa, N.C.A. *O Conhecimento Científico*. São Paulo, Discurso Editorial, 1997.
[30] da Costa, N.C.A. *Pragmatic Probability*. In: Erkenntnis, v.25, 1986, p.141-162.
[31] da Costa, N.C.A. *Sistemas Formais Inconsistentes*. Curitiba, Ed. Ufpr. 1993.
[32] da Costa, N.C.A. *Introdução aos Fundamentos da Matemática*. São Paulo, Hucitec, 1977.
[33] da Costa, N.C.A. *Conceptualización de la Filosofía Científica*. In: Revista de Filosofia de la Universidad de Costa Rica, v.2 n.8, 1960.
[34] da Costa, N.C.A. *Abstract Logics*. Florianópolis. Pré-Pub. Dep. Fil. Ufsc. 2005.
[35] da Costa, N.C.A. *Notas sobre o Conceito de Existência em Matemática.* In: Anuário da Soc. Paranaense de Matemática., v.2, n.2, 1959, p.16-19.
[36] da Costa, N.C.A. *Notas sobre o Conceito de Contradição*. In: Anuário da Soc. Paranaense de Matemática, v.2, n.1. 1958, p.6-8.
[37] da Costa, N.C.A. *Lógica Indutiva e Probabilidade.* 2ed, São Paulo, Hucitec/Edusp, 1993.
[38] da Costa, N.C.A. *Ciência e Verdade*. In: Bol. Soc. Paran. Mat. 2ª Série, v.6, 1985.
[39] da Costa, N.C.A. *Logic and Pragmatic Truth.* J.E. Fenstad et al. Eds., Logic, Methodology and Philosophy of Science, v.8, Elsevier Science Pub. 1989 p.247-261.
[40] da Costa, N.C.A. *The Philosophical Import of Paraconsistent Logic*. In: Jornal of Non-Classical Logic, v.1 n.1 1982. p.1-19.
[41] da Costa, N.C.A. *Logic and Ontology*. In: Principia, v.6, n.2. 2002, p.279-298.
[42] da Costa, N.C.A. & French, S. *Science and Partial Truth: a unitary approach to models and scientific reasoning.* Oxford, Oxford Univ. Press, 2005.
[43] da Costa, N.C.A. & French, S. *Partial Strucutures and the Logic of Azande*. In: American Philosophical Quarterly, 1995, v.32, p.325-339.
[44] da Costa, N.C.A. & Krause, D. *Lógica: uma visão da lógica atual.* Florianópolis. Texto inédito a parecer, 2005.
[45] da Costa, N.C.A. & Krause, D. *Physics and Non-Classical Logics*. Texto inédito a aparecer.
[46] da Costa, N.C.A. & Krause, D. *Schrödinger Logics.* In: Studia Logica, v.53, n.4 dec.1994.
[47] da Costa, N.C.A. & Dubikajtis, L. *Sur la logique discursive de Jaśkowski*. In: Bull. Acad. Polonaise des Sciences. XVI, p. 551-557. 1968.
[48] da Costa, N.C.A. et al. *Elementos de Teoria Paraconsistente de Conjuntos*. Campinas, Unicamp/Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, 1998.
[49] Damásio, A. *O Erro de Descartes: emoção, razão e o cérebro humano.* São Paulo, Companhia das Letras, 1996.
[50] Díez, J.A. & Lorenzano, P. (Org.) *Desarrollos Actuales de la Metateoría Estructuralista: problemas y discusiones*. Buenos Aires, Univ. Nac. de Quilmes. 2002.
[51] Dutra, L.H. de A. *Verdade e Investigação:* o problema da verdade na teoria do conhecimento. São Paulo, EPU, 2001.

[52] Einstein, A. *Geometria e Experiência.* In: Scientiae Studia, v.3 n.4. p.665-675. 2005.

[53] Einstein, A. *The Meaning of Relativity.* New York, Princeton. s/d.

[54] Evans-Pitchard, E. E. *Witchcraft, Oracles and Magic Among the Azande*. London, Oxford UK, 1976.

[55] Ewald, W. *From Kant to Hilbert*: a source book in the foundations of mathematics. Oxford, Oxford Univ. Press, 1996.

[56] Feyerabend, P. K. *Against Method:* outline of an anarchistic theory of knowledge. London, Verso Books, 1993.

[57] Frege, G. *The Foundations of Arithmetic*: a logical-mathematical enquiry into the concept of number. 2ed, Chicago, Northwestern Univ. Press, 1980

[58] French, S. *Uma Racionalidade Adequada para os Humanos*. In: da Costa, N.C.A. O Conhecimento Científico. São Paulo, Discurso Editorial, 1997.

[59] French, S. *Rationality, Consistency and Truth*. In: The Journal of Non-Classical Logic, v.7 n.1/2. 1990.

[60] French, S. & Krause, D. *Identity in Physics:* a historical, philosophical, and formal analysis. Oxford, Oxford USA Professio, 2006.

[61] Gardner, M. *The Mind's new Science:* a history of cognitive revolution. New York, Basic Books, 1985.

[62] Gardner, M. *Fads and Fallacies in the Name of Science*. New York, Dover Publications, 1957.

[63] Granger, G. G. *O Irracional.* São Paulo, Unesp, 2002.

[64] Granger, G. G. *A Ciência e as Ciências.* São Paulo, Unesp, 1994.

[65] Granger, G. G. *La Raison : que sais-je ?* Paris, Presses Universitaires de France. 1955.

[66] Granger, G. G. *Por um Conhecimento Filosófico.* São Paulo, Papirus, 1989.

[67] Haack, S. *Filosofia das Lógicas.* São Paulo, Unesp. 2002.

[68] Harré, R. *Great Scientific Experiments: twenty experiments that changed our view of the world.* New York, Dover Science, 2002.

[69] Heijenoort, J. van. *From Frege to Gödel: a source book in mathematical logic*. Harvard, Harvard Univ. Press, 1967.

[70] Hifume, C. *Uma Teoria da Verdade Pragmática: a quase-verdade de Newton C.A. da Costa.* Campinas, Dissertação de Mestrado Unicamp, 2003.

[71] Hilbert, D. *Foundations of Geometry*. New York, Open Court, 1971.

[72] Hume, D. *Investigação acerca do Entendimento Humano*. São Paulo, Nova Cultura, 1996.

[73] Jaśkowski, S. *Propositional Calculus for Contradictory Deductive Systems*. In: Studia Logica., n.24, p.143-157, 1969.

[74] Kant, I. *Crítica da Razão Pura*. São Paulo, Abril Cultural, 1980.

[75] Kant, I. *Prolegômenos*. São Paulo, Abril Cultural, 1980

[76] Kirkham, R. L. *Theories of Truth: a critical introduction.* Cambridge, Mit Press, 1992.

[77] Kleene, S. C. *Introduction to Metamathematics.* New York, Van Nostrand, 1952.

[78] Kline, M. *Mathematics: the loss of Certainty.* Oxford, Oxford USA Trade, 1982.

[79] Kneebone, G.T. *Mathematical Logic and the Foundations of Mathematics: an introductory survey*. New York, Dover Pub., 2001.

[80] Krause, D. *Introdução aos Fundamentos Axiomáticos da Ciência.* São Paulo, EPU, 2002.

[81] Krause, D. *Aspectos Lógicos e Epistemológicos relacionados à Mecânica Quântica.* Cadernos de História e Filosofia da Ciência. CLE-Unicamp., v.9, n.1-2, p.147-200, 1999.

[82] Krause, D. *La Metafísica de la no-individualidad: ensayo sobre la indiscernibilidad de los quanta.* Texto inédito a aparecer.

[83] Kuhn, T.S. *The Structure of Scientific Revolutions*. 3ed., Chicago, Chicago Univ. Press, 1996.

[84] Kuhn, T.S. *Road since Structure: philosophical essays, 1970-1993 with autobiographical interview.* Chicago, Chicago Univ. Press, 2000.

[85] Kuhn, T.S. *A Tensão Essencial*. Lisboa, Gradiva, 1989.

[86] Lakatos, I. *História da Ciência e suas Reconstruções Racionais e outros ensaios*. Lisboa, Edições 70, 1998.

[87] Laudan, L. *Progress and its problems: towards a theory of scientific growth.* London, Routledge, 1977.

[88] Legrand, G. *Os Pré-Socráticos.* Rio de Janeiro, Zahar, 1987.

[89] Lopes, E. *Fundamentos de Lingüística Contemporânea*. São Paulo, Cultrix, 1975.

[90] Łukasiewicz, J. *On the Principle of Contradiction in Aristotle.* In: Review of Metaphysics, v.24, p.485-509, 1971.

[91] Magee, B. *As Idéias de Popper.* 2 ed., São Paulo, Cultrix, 1973.

[92] Masterman, M. *The Nature of a Paradigm.* In: Criticism and the Growth of Knowledge. Ed. By Imre Lakatos, I. and Musgrave, A. London, Cambridge Univ. Press, 1970.

[93] Maturana, H. & Varela, F. *A Árvore do Conhecimento: as bases biológicas do conhecimento humano*. Campinas, Ed. Palas Athena, 2004.

[94] Mendelson, E. *Introduction to Mathematical Logic*. New York, Van Nostrand Reinhold, 1972.

[95] Mikenberg, I., da Costa, N.C.A., e Chuaqui, R. *Pragmatic Truth and Approximation to Truth*, Journal of Symbolic Logic, n.51, p.201-221, 1986.

[96] Mittelstaedt, P. *Does Quantum Physics Requires a New Logic?* In: Weingarther, P. Alternative Logics: Do Science need Them. Springer-Verlag, 2003.

[97] Mora, J. F. *Diccionario de Filosofía*, v.1, Madrid, Alianza, 1990.

[98] Mortensen, C. *Inconsistent Mathematics*. Netherlands, Kluwer Ac. Publishers, 1995.

[99] Mosterín, J. *El Concepto de Racionalidad.* In: Teorema, v.3, n.4, 1973.

[100] Nagel, E. *Ciência: natureza e objetivo*. In: Morgenbesser, S. (Org.). Filosofia da Ciência. São Paulo, Cultrix, 1975.

[101] Nagel, E. & Newman, J.R. *Gödel's Proof.* New York, New York Univ. Press, 2001.

[102] Newton-Smith, W.H. *The Rationality of Science*. London, Routledge, 1994.

[103] Nietzsche, F. W. Além do Bem e do Mal: prelúdio de uma filosofia do futuro. São Paulo, Escala, s/d.

[104] Niiniluoto, I. *Is Science Progressive?* Netherlands, D. Reidel Publishing, 1984.

[105] Novello, M. *O que é Cosmologia? A revolução do pensamento cosmológico*. Rio de Janeiro, Jorge Zahar, 2006.

[106] Nussenzveig, M. *Física Básica: ótica, relatividade e física quântica.* São Paulo, Edgard Blücher, 2002.

[107] Pagels, H. R. *O Código Cósmico: a física quântica como linguagem da natureza*. Lisboa, Gradiva, 1982.

[108] Palau, G. *Introducctión Filosófica a las Lógicas no Clásicas*. Barcelona,

Gedisa Editorial, 2002.
[109] Perrin, F. & Couderc, P. *A Relatividade.* Lisboa, Edições 70, 1981.
[110] Pessoa, J. O. *Conceitos de Física Quântica vol.1*. São Paulo, Livraria da Física, 2005.
[111] Petitot, J. *Infinitesimal.* In: Enciclopédia Einaudi, v.4. Porto, Imprensa Nacional/Casa da Moeda, 1985.
[112] Poincaré, H. *La Science et L'hypothese*. Paris, E. Flammarion, 1942.
[113] Popper, K. R. *What is Dialectic*. in: Mind New Series, v. 49, n. 196, p. 403-426, 1940.
[114] Popper, K. R. *The Logic of scientific Discovery.* London, Routledge, 1980.
[115] Popper, K. R. *Conjectures and Refutations: growth of scientific knowledge.* London, Routledge, 1989.
[116] Popper, K. R. *Objective Knowledge: an evolutionary approach.* Oxford, Oxford Univ. Press, 1975.
[117] Popper, K. R. *Logic of Scientific Discovery.* London, Routledge, 1980.
[118] Popper, K. R. *O Mito do Contexto*. Lisboa, Edições 70, 1999.
[119] Priest, G. *In Contradiction: a study of the transconsistent.* Oxford, Oxford USA Trade. 2006.
[120] Putnam, H. *Reason, Truth and History.* Cambridge, Cambridge Univ. Press, 1981.
[121] Quesada, M. Q. *La Filosofía de la Lógica de N.C.A. da Costa*. In: Bol. Soc. Paran. Mat. 2ª Série, v.6, p.79-93, 1985.
[122] Quine, W.O. *O Sentido da Nova Lógica*. Curitiba, Ed. UFPR, 1996.
[123] Quine, W. O. *From a Logical Point of View.* 2 ed., Cambridge, Harvard Univ. Press, 1980.
[124] Quine, W. O. *Paradox.* In: Scientific American, v.206, n.4, p.84-86, 1962.
[125] Ray, C. *Time, Space and Philosophy.* London, Routledge, 1991.
[126] Recher, N. *La Racionalidad.* Madrid, Alianza Editorial, 1981.
[127] Recher, N. *Many-Valued logic.* New York, McGraw-Hill, 1969.
[128] Reichenbach, H. *La Filosofía Científica.* México, Fondo de Cultura Económica, 1953.
[129] Reichenbach, H. *Philosophy Foundation of Quantum Mechanics*. California, Dover Science, 1944.
[130] Reichenbach, H. *Experience and prediction: na analysis of the foudations and the structure of knowledge.* Chicago, Chicago Univ. Press, 1938.
[131] Reid, C. *Hilbert.* New York, Springer-Verlag, 1970.
[132] Riemann, B. *On the Hypotheses which lie at the Bases of Geometry.* In: Nature, v.8, n. 183,184, p. 14-17, 36,37.
[133] Russell, B. *Sceptical Essay.* London, Routledge, 1991.
[134] Russell, B. *My Philosophical Development*. London, Routledge, 1995.
[135] Russell, B. & Whitehead, A.N. *Principia Mathematica 3v.*, Cambridge, Cambridge Univ. Press, 1962.
[136] Sant'Anna, A. S. *Uns mais iguais do que os outros.* In: Scientific American Brasil. Ano 3, n.33, fev. 2005.
[137] Sant'Anna, A. S. *O que é um Axioma*. Barueri, Manoele, 2003.
[138] Schrödinger, E. *O que é Vida? O aspecto físico da célula viva.* São Paulo, Unesp/Cambridge, 1997.
[139] Schrödinger, E. *A Natureza e os Gregos e Ciência e Humanismo*. Lisboa, Edições 70, 1999.
[140] Shoenfield, J. R. *Mathematical Logic.* Addison-Wesley, 1967.

[141] Stachel, J. (org.) *O Ano Miraculoso de Einstein: cinco artigos que mudaram a face da física.* Rio de Janeiro, Ed.UFPR, 2001.
[142] Stegmüller, W. *A Filosofia Contemporânea: introdução crítica v.2*, São Paulo, EPU/Edusp, 1977.
[143] Stegmüller, W. *La Concepción Estructuralista de las Teorías: un posible análogo para la ciencia física del programa de Bourbaki*. Madrid, Alianza Editorial, 1981.
[144] Stegmüller, W. *The Structure and Dynamics of Theories.* New York, Springer-Verlag, 1976.
[145] Stegmüller, W. *A Filosofia Contemporânea: introdução crítica v.1*, São Paulo, EPU/Edusp, 1977.
[146] Suppe, F. *The Structure of Scientific Theories.* Illinois, Illinois Univ. Press. 1979.
[147] Suppes, P. *Teoria Axiomatica de Conjuntos.* Cali, Norma, 1968.
[148] Tarski, A. *A Concepção Semântica da Verdade*. São Paulo, Unesp, 2007.
[149] Tarski, A. *The Concept of Truth in Formalized Languages.* In: Tarski, A. Logic, Semantics, Metamathematics: Papers from 1923 to 1938. Clarendon Press, p. 152-278, 1956.
[150] Tiles, M. *The Philosophy of Set Theory: an historical introduction to Cantor's paradise.* New York, Dover Publications, 1989.
[151] Van Fraassen, B. C. *The Scientific Image*. London, Oxford Clarendon, 1989.
[152] Weinberg, S. *Dreams of a Final Theory.* New York, Vintage Books, 1994.
[153] Weingartner, P. *Alternative Logics. Do Science need Them*. Berlin, Springer-Verlag, 2003.
[154] Zermelo, E. *Investigations in the foundations of Set Theory I*: in Heijenoort, Jean Van. From Frege to Gödel: a source book in mathematical logic, 1879-1931. Harvard, Harvard Univ. Press, 1967.